

Copyright ©

Bu kitabın her hakkı yayınevine aittir.

Hangi amaçla olursa olsun, bu kitabın tamamının ya da bir kısmının, kitabı yayınlayan ve yayınevinin önceden izni olmaksızın elektronik, mekanik, fotokopi ya da herhangi bir kayıt sistemi ile çoğaltılması, yayınlanması ve depolanması yasaktır.

ISBN: 978-625-6331-33-4

Genel Yayın Koordinatörü

Yunus KARAKUŞ

Yazar

MOZ AKADEMİ YAZAR EKİBİ

Editörler

Mustafa ERDOĞAN

Hamza SİNCAR

Şafak ALTUNSOY

Kadir YİĞİT

Barış İŞCAN

Utku ŞAHİN

Kemal ZAVAR

Ayhan KARADAĞLI

Erdi AYKAÇ

Dizgi

Acil Yayınları Dizgi Birimi

MOZ AKADEMİ

Ostim Mahallesi 1207. Sokak 3 / C-D Ostim / Yenimahalle /ANKARA

Tel: (0312) 386 00 26

İÇİNDEKİLER

Logaritma 7

Diziler 51

Koşullu ve DeneySEL Olasılık..... 83

Limit 96

Türev 133

İntegral..... 189



ABONE OL



20 tane topun bulunduğu bir yarışmada ardışık iki top arası 3 metre ve Bora'nın 1. topa olan uzaklığı 10 metredir.

Bora, yarışmada önce 1 numaralı topu alıp geri gelerek sepete atacak, daha sonra 2 nolu topu alıp geri gelerek sepete atacak ve bu işlem Bora 20 topu sepete koyduğunda yarışma tamamlanacaktır.

Buna göre, yarışma sonunda Bora kaç metre yol almış olur?

Aşağıda gerçel sayılar üzerinde tanımlı bir f fonksiyonunun grafiğinin bir kısmı gösterilmiştir.

f fonksiyonu, bir çift fonksiyondur.

$g(x) = \frac{x}{3-f(x)}$ fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - A$ 'dir.

Buna göre, A kümesi kaç elemanlıdır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

9 farklı bisiklet jantının sergilendiği bir bisikletçiye gelen Emir, Osman ve Zehra adındaki üç arkadaş, birer jant beğenip satın alıyolar.

Emir'in beğendiği jant 2. satırda, Osman'ın beğendiği jant 2. sütunda ve Zehra'nın beğendiği jant 3. sütunda bulunmaktadır.

Buna göre, bu kişilerden herhangi ikisinin aynı jantı satın alma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

Aşağıda $f(x) = 3^x - 2$ ve $g(x) = \log_2(x - 1)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$AB \parallel Ox$, $A(3, k)$ ve $C(p, 27)$

ABCD dikdörtgeninin A köşesi $g(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde, C köşesi $f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde birer nokta olduğuna göre, A(ABCD) kaç birimkaredir?

A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

SORULAR

ÖĞRETEN

AYRINTILI KONU ANLATIMI

TESTLER

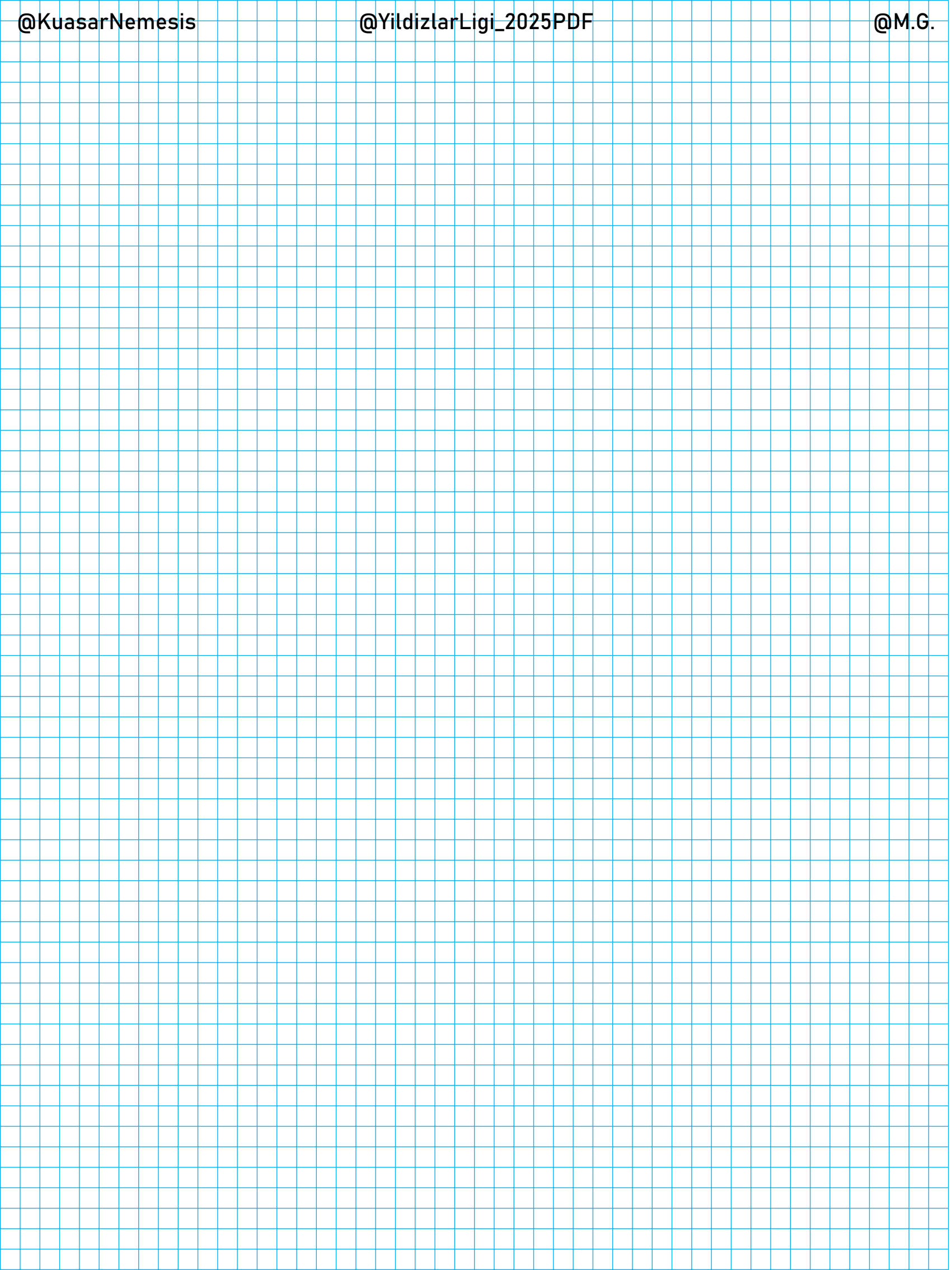
GELİŞTİREN

LOGARİTMA	
1. TİP	ÜSTEL FONKSİYON
2. TİP	ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 1
3. TİP	ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 2
4. TİP	ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 3
5. TİP	ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 4
TEST 1	KONU TESTLERİ
1. TİP	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TANIMI
2. TİP	BAYAĞI VE DOĞAL LOGARİTMA FONKSİYONU
3. TİP	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN EN GENİŞ TANIM KÜMESİ
4. TİP	ÜSTEL VE LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TERSİ
5. TİP	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ 1
6. TİP	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ 2
7. TİP	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ 3
TEST 1	KONU TESTLERİ
TEST 2	KONU TESTLERİ
1. TİP	TABAN DEĞİŞTİRME 1
2. TİP	TABAN DEĞİŞTİRME 2
3. TİP	TABAN DEĞİŞTİRME 3
4. TİP	TABAN DEĞİŞTİRME 4
5. TİP	$\log_a b$ İFADESİNİN HANGİ İKİ ARDIŞIK TAM SAYI ARASINDA OLDUĞUNU BULMA
6. TİP	BASAMAK SAYISI
TEST 1	KONU TESTLERİ
TEST 2	KONU TESTLERİ
1. TİP	ÜSLÜ DENKLEMLER
2. TİP	LOGARİTMALİ DENKLEMLER 1
3. TİP	LOGARİTMALİ DENKLEMLER 2
4. TİP	LOGARİTMALİ DENKLEMLER 3
TEST 1	KONU TESTLERİ
5. TİP	ÜSLÜ EŞİTSİZLİKLER
6. TİP	ÜSLÜ EŞİTSİZLİKLER
TEST 1	KONU TESTLERİ
1. TİP	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ 1
2. TİP	LOGARİTMA FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ 2
3. TİP	GERÇEK HAYAT DURUMLARI İLE İLGİLİ ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYON PROBLEMLERİ
TEST 1	KONU BİTİRME SORULARI
TEST 2	KONU TESTLERİ
DİZİLER	
1. TİP	DİZİ TANIMI
2. TİP	BİR DİZİNİN BAZI TERİMLERİNİ BULMAK
3. TİP	BİR DİZİNİN POZİTİF, NEGATİF VEYA TAM SAYI OLAN TERİMLERİNİ BULMAK
4. TİP	SONLU DİZİ
5. TİP	PARÇALI BİÇİMDE İFADE EDİLEN DİZİLER
6. TİP	GENEL TERİMİ VEYA İNDİRGEME BAĞINTISI VERİLEN BİR SAYI DİZİSİNİN TERİMLERİ
7. TİP	SABİT DİZİ
8. TİP	DİZİLERİN EŞİTLİĞİ
9. TİP	BİR DİZİNİN İLK n TERİM TOPLAMI
TEST 1	KONU TESTLERİ
TEST 2	KONU TESTLERİ
ARİTMETİK DİZİ	
1. TİP	ARİTMETİK DİZİ TANIMI

2. TİP	ARAYA TERİM YERLEŞTİRME
3. TİP	BİR TERİME EŞİT UZAKLIKTAKİ OLAN TERİMLER
4. TİP	BİR ARİTMETİK DİZİNİN ARDIŞIK ÜÇ TERİMİ
5. TİP	ARİTMETİK DİZİ PROBLEMLERİ
6. TİP	ARİTMETİK DİZİNİN İLK n TERİM TOPLAMI S_n
TEST 1	KONU TESTLERİ
GEOMETRİK DİZİ	
1. TİP	GEOMETRİK DİZİ TANIMI
2. TİP	ARAYA TERİM YERLEŞTİRME
3. TİP	BİR TERİME EŞİT UZAKLIKTAKİ OLAN TERİMLER
4. TİP	BİR GEOMETRİK DİZİNİN ARDIŞIK ÜÇ TERİMİ
5. TİP	GEOMETRİK DİZİ PROBLEMLERİ
6. TİP	GEOMETRİK DİZİNİN n TERİM TOPLAMI
7. TİP	ARİTMETİK VE GEOMETRİK DİZİYİ BİRLİKTE İÇEREN SORULAR
TEST 1	KONU TESTLERİ
1. TİP	FİBONACCI DİZİSİ
2. TİP	TOPLAM SEMBOLÜ
TEST 1	KONU TESTLERİ
TEST 2	KONU BİTİRME SORULARI
KOŞULLU VE DENEYSEL OLASILIK	
1. TİP	KOŞULLU OLASILIK
2. TİP	BAĞIMLI VE BAĞIMSIZ OLAYLAR
3. TİP	BİLEŞİK OLAYLAR
4. TİP	DENEYSEL OLASILIK İLE TEORİK OLASILIKIN İLİŞKİLENDİRİLMESİ
TEST 1	KONU BİTİRME SORULARI
TEST 2	KONU TESTLERİ
TEST 3	KONU TESTLERİ
LİMİT	
1. TİP	SAĞDAN VE SOLDAN YAKLAŞMA
2. TİP	LİMİT TANIMI
3. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 1
4. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 2
5. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 3
6. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 4
7. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 5
8. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 6
9. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 7
10. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 8
11. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 9
12. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 10
13. TİP	LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ - 11
14. TİP	BİLEŞKE FONKSİYONUNUN LİMİTİ
15. TİP	PARÇALI TANIMLI FONKSİYONLARIN LİMİTİ
16. TİP	MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN LİMİTİ
17. TİP	LİMİTTE BELİRSİZLİK DURUMU
18. TİP	SIKIŞTIRMA TEOREMİ
19. TİP	LİMİTTE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ EŞİTLİĞİ
20. TİP	ÜSTEL FONKSİYONLAR İÇİN LİMİT
TEST 1	KONU BİTİRME SORULARI
TEST 2	KONU TESTLERİ
TEST 3	KONU TESTLERİ

1. TİP	SÜREKLİLİK TANIMI
2. TİP	GRAFİKLERİ VERİLEN FONKSİYONLARIN SÜREKLİLİĞİ
3. TİP	SÜREKLİ FONKSİYONLARIN ÖZELLİKLERİ
4. TİP	RASYONEL FONKSİYONLARIN SÜREKLİLİĞİ
5. TİP	PARÇALI FONKSİYONLARDA SÜREKLİLİK
TEST 1	KONU BİTİRME SORULARI
TEST 2	KONU TESTLERİ
TEST 3	KONU TESTLERİ
TÜREV	
1. TİP	BİR NOKTADA TÜREV
2. TİP	TÜREVDE KUVVET KURALI
3. TİP	İKİ FONKSİYONUN TOPLAM VE FARKININ TÜREVİ
4. TİP	KÖKLÜ İFADELERİN TÜREVİ
5. TİP	İKİ FONKSİYONUN ÇARPIMININ TÜREVİ
6. TİP	İKİ FONKSİYONUN BÖLÜMÜNÜN TÜREVİ
7. TİP	$y = [f(x)]^n$ TÜRÜNDEKİ TÜREVLER
8. TİP	BİLEŞKE FONKSİYONUNUN TÜREVİ
9. TİP	TÜREVDE ZİNCİR KURALI
10. TİP	BİR FONKSİYONUNUN İKİNCİ TÜREVİ
11. TİP	TÜREVİN FİZİKSEL ANLAMI
12. TİP	SAĞDAN VE SOLDAN TÜREV
13. TİP	TÜREV SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ
14. TİP	PARÇALI FONKSİYONLARIN TÜREVLERİ
15. TİP	MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN TÜREVİ
16. TİP	L'HOSPİTAL KURALI
TEST 1	KONU BİTİRME SORULARI
TEST 2	KONU TESTLERİ
TEST 3	KONU TESTLERİ
TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU	
1. TİP	TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU
2. TİP	TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU
3. TİP	TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU
TEST 1	KONU TESTLERİ
4. TİP	ARTAN FONKSİYONLAR
5. TİP	SABİT FONKSİYON
6. TİP	ARTAN FONKSİYONLARIN TÜREVLE İLİŞKİSİ AZALAN FONKSİYONLARIN TÜREVLE İLİŞKİSİ
TEST 1	KONU TESTLERİ
7. TİP	EKSTREMUM NOKTALAR
8. TİP	EKSTREMUM NOKTALARININ BİRİNCİ TÜREVLE İLİŞKİSİ
TEST 1	KONU TESTLERİ
1. TİP	MAKSİMUM - MİNİMUM PROBLEMLERİ
TEST 1	KONU TESTLERİ
1. TİP	FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİNİN ÇİZİMİ
TEST 1	KONU TESTLERİ

İNTEGRAL	
1. TİP	DİFERANSİYEL
2. TİP	BELİRSİZ İNTEGRAL
3. TİP	BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
4. TİP	BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
5. TİP	BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
6. TİP	BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
7. TİP	EŞİTLİĞİN HER İKİ TARAFININ TÜREVİNİ ALMAK
8. TİP	İNTEGRAL ALMA KURALLARI
9. TİP	$\int P(x) dx$ BİÇİMİNDEKİ İFADELER
TEST 1	KONU TESTLERİ
1. TİP	DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME TEKNİĞİ
TEST 1	KONU TESTLERİ
2. TİP	İNTEGRAL HESABININ TEMEL TEOREMİ
1. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
2. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
3. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
4. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
5. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
6. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
7. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
8. TİP	BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ
9. TİP	BELİRLİ İNTEGRALDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ
10. TİP	PARÇALI VE MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN İNTEGRALI
TEST 1	KONU TESTLERİ
TEST 2	KONU TESTLERİ
TEST 3	KONU TESTLERİ
BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI	
1. TİP	BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI
2. TİP	BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI
3. TİP	BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI
4. TİP	BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI
5. TİP	BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI
6. TİP	BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI
7. TİP	BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI
8. TİP	TÜREVİNİN GRAFİĞİ VERİLEN FONKSİYONLAR İLE ALAN YORUMU
TEST 1	KONU TESTLERİ
TEST 2	KONU TESTLERİ
RİEMANN İNTEGRAL	
1. TİP	BİR ARALIĞIN BÖLÜNTÜSÜ
2. TİP	RİEMANN ALT TOPLAMI
3. TİP	RİEMANN ÜST TOPLAMI
4. TİP	RİEMANN ORTA TOPLAMI (RİEMANN TOPLAMI)
5. TİP	İNTEGRALİN FİZİKSEL YORUMU
TEST 1	KONU TESTLERİ



1. TİP: ÜSTEL FONKSİYON

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$$f(x) = a^x$$

şeklindeki bire bir ve örten olan fonksiyonlara

Üstel Fonksiyon denir.

Bilgi: Üstel fonksiyonlar nüfus büyümesi, bileşik faiz, yatırım büyümesi ve benzeri gerçek hayat modellemelerinde kullanılır.

- $a = 1$ olursa $f(x) = 1$ olur, bu durumda f fonksiyonu bire bir ve örten olmadığından, tersi alınamaz.
- $a < 0$ olursa a^x fonksiyonu her zaman tanımlı olmaz.
 $(-3)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-3}$ gibi.

3

$f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = (2p - 13)^{x-1}$$

$$g(x) = \left(4 - \frac{p}{3}\right)^{2x+1}$$

fonksiyonları üstel fonksiyonlardır.

Buna göre, p 'nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

1

Aşağıda verilen ifadelerden üstel fonksiyonlar olanların yanına (✓) işareti, üstel fonksiyon olmayanların yanına (x) işareti ile işaretleyiniz.

I. 3^{x+1} ☐

II. $\left(\frac{-1}{2}\right)^{x-3}$ ☐

III. $(\sqrt{2})^{x+2}$ ☐

IV. $13^x - 1$ ☐

2

$$f(x) = (a - 3)^{5x+1}$$

fonksiyonu üstel bir fonksiyondur.

Buna göre, a 'nın bulunduğu en geniş aralığı bulunuz.

MOZ AKADEMİ

4

$f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = 25^{2x+1} \text{ ve } g(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $f(4) \cdot g(7)$ çarpımı kaç basamaklıdır?

1. TİP	1) ✓ x ✓ ✓	2) $(3, \infty) - \{4\}$	3) 29	4) 19
--------	------------	--------------------------	-------	-------

2. TİP: ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 1

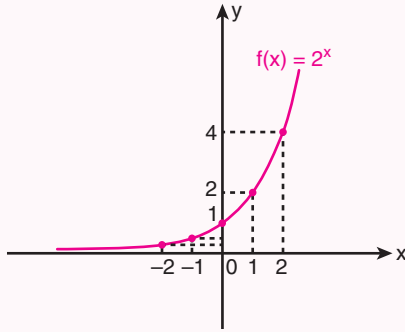
$f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun tanımında a , 1'den farklı pozitif bir gerçekte sayıdır. Pozitif bir sayının tüm kuvvetleri de pozitif olduğundan $f(x) = a^x$ fonksiyonunun görüntü kümesi $\mathbb{R}^+$ kümesidir.

Örneğin; $f(x) = 2^x$ ve $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ fonksiyonlarının grafiklerini

çizmek için x 'e değerler verilip bulunan noktalar analitik düzlemde işaretlenir.

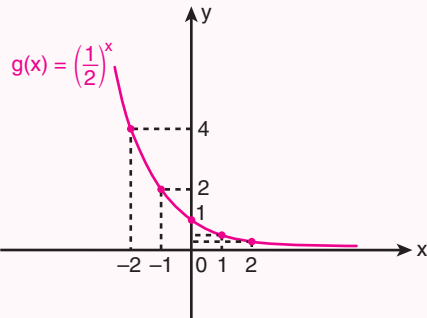
x	$-\infty$	$\dots$	-2	-1	0	1	2	$\dots$	∞
$f(x)$	0		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4		∞

bulduğumuz bu noktaları analitik düzlemde gösterirsek,



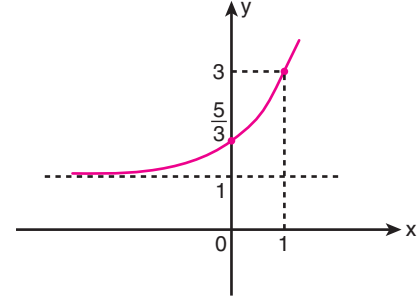
x	$-\infty$	$\dots$	-2	-1	0	1	2	$\dots$	∞
$g(x)$	∞		4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		0

bulduğumuz bu noktaları analitik düzlemde gösterirsek,



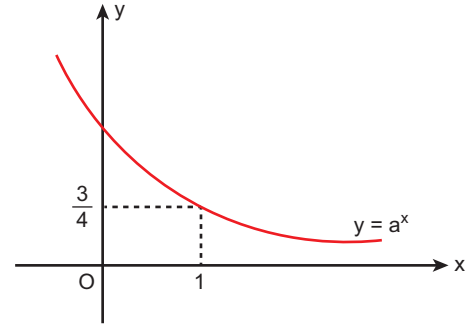
1

Aşağıda $f(x) = a \cdot 3^{x-1} + b$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

2



Şekilde, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f(-1) \cdot f(2)$ çarpımının sonucu kaçtır?

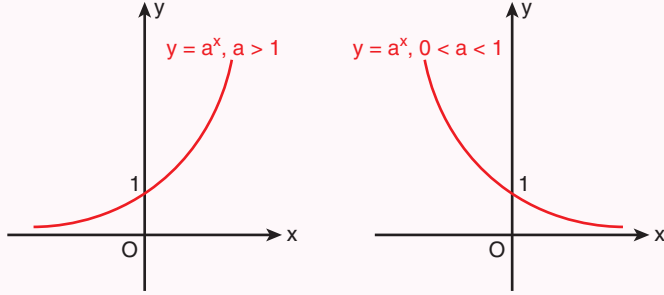
2. TİP 1) 1

2) 3/4

3. TİP: ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 2

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = a^x$ fonksiyonuna $a > 1$ için **Artan Fonksiyon**,

$0 < a < 1$ için **Azalan Fonksiyon** denir.



Artan fonksiyon

Azalan fonksiyon

Üstel fonksiyonun artan mı, azalan mı olduğunu anlamak için, kuvvetteki **x'in işaretinin** mutlaka **pozitif** olması gerekir.

x'in işareti pozitif olduğunda tabanın durumuna bakılır.

1

f, g, h : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere, aşağıda verilen fonksiyonların artanlık veya azalanlık durumlarını inceleyiniz.

- I. $f(x) = 4^{x+1}$
- II. $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{3-x}$
- III. $h(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$$f(x) = (3m - 9)^x$$

üstel fonksiyonu azalan olduğuna göre, m'nin bulunduğu en geniş aralığı bulunuz.

3

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$$f(x) = \left(\frac{a-3}{2a-1}\right)^{-x}$$

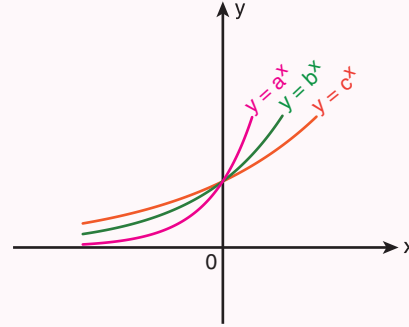
üstel fonksiyonu artan bir fonksiyondur.

Buna göre, a'nın alamayacağı kaç tane tam sayı değeri vardır?

4. TİP: ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 3

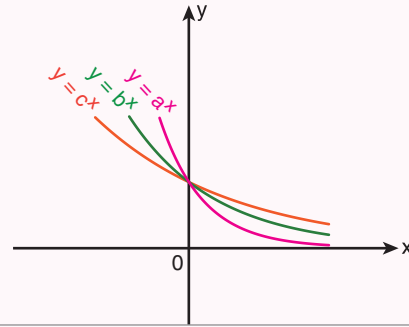
1) $f(x) = a^x$ ve $a > 1$ iken a değeri büyüdükçe grafiğin kolu y eksenine yaklaşır.

$$a > b > c$$

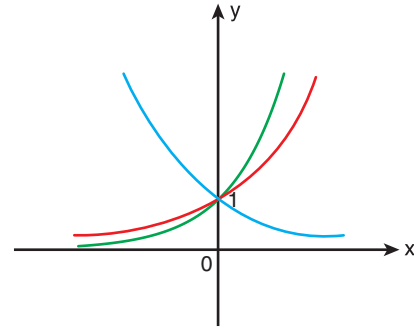


2) $f(x) = a^x$ ve $0 < a < 1$ iken a değeri büyüdükçe grafiğin kolu y ekseninden uzaklaşır.

$$a < b < c$$



1



Yukarıda grafiği verilen mavi, yeşil ve kırmızı renklerle gösterilen f, g ve h üstel fonksiyonlarını aşağıdaki üstel fonksiyonlar ile eşleştiriniz.

$$f(x) = (0,2)^x$$

$$g(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$$

$$h(x) = \left(\frac{5}{3}\right)^x$$

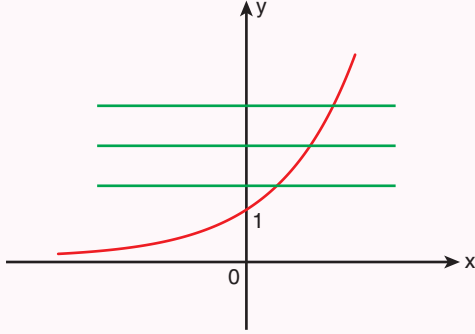
3. TİP	1) I. Artan II. Artan III. Azalan	2) $\left(3, \frac{10}{3}\right)$	3) 6
--------	-----------------------------------	-----------------------------------	------

4. TİP	1) f(x) → Mavi, g(x) → Kırmızı, h(x) → Yeşil
--------	--

5. TİP: ÜSTEL FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİ 4

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $f(x) = a^x$ şeklindeki üstel fonksiyonlar bire bir ve örtendir.

Örneğin; $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$, $f(x) = 2^x$ fonksiyonunun grafiğinde,



- x eksenine çizilen paralel her doğru, fonksiyonun grafiğini en çok bir noktada kestiğinden f fonksiyonu bire birdir.
- Grafikte f fonksiyonunun görüntü kümesinin pozitif gerçel sayılar kümesi olduğu görülmektedir. Görüntü kümesi değer kümesine eşit olduğundan f fonksiyonu örten bir fonksiyondur.

1

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

- f fonksiyonu bire bir ve örtendir.
- f fonksiyonu azalandır.
- f fonksiyonu tektir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

NOTLAR

MOZ AKADEMİ

1. $f(x) = 3^x + 1$

fonksiyonu veriliyor.

 $f(p) = 90$ olduğuna göre, p 'nin en dar tam sayı aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (1, 2) B) (2, 3) C) (3, 4) D) (4, 5) E) (5, 6)

2. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı,

$f(x) = 2^x$ ve $g(x) = 3^x$

fonksiyonları veriliyor.

 $f(a) = g(b)$ olduğuna göre, $9^{\frac{b}{a}-1}$ işleminin sonucu kaçtır?

- A)
- $0, \overline{1}$
- B)
- $0, \overline{2}$
- C)
- $0, \overline{3}$
- D)
- $0, \overline{4}$
- E)
- $0, \overline{6}$

3. Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı,

$f(x) = (a \cdot b)^x$

fonksiyonu veriliyor.

$3^a = 125$ ve $5^b = 9$

olduğuna göre, $f^{-1}(216)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. Aşağıdakilerden hangisi bir üstel fonksiyondur?

A) $f(x) = x^2$ B) $f(x) = \frac{5}{x}$ C) $f(x) = (-2)^x$

D) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x+2}$ E) $f(x) = (1)^{2x}$

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$f(x) = (9 - k)^x - 3$

fonksiyonu üstel bir fonksiyondur.

Buna göre, k 'nın alabileceği kaç tane pozitif tam sayı değeri vardır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

6. $f(x) = (3a - 5)^x$

üstel fonksiyonu artan bir fonksiyondur.

Buna göre, $2a + 1$ ifadesinin alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

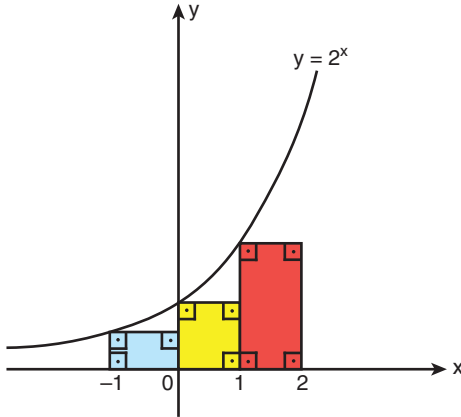
- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1. $f(x) = 5^{2x-3}$ ve $g(x) = \frac{x}{2} + 1$
fonksiyonları veriliyor.

A(3, m) noktası $y = (f \circ g)(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?

- A) $\frac{1}{5}$ B) 1 C) 5 D) 25 E) 125

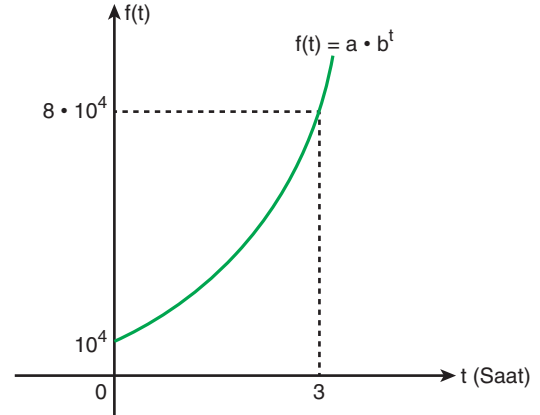
2. Aşağıda $y = 2^x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, boyalı dörtgenlerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

- A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

3. Aşağıdaki grafikte belirli bir kültürdeki bakteri sayısının zamana göre değişiminin grafiği, $f(t) = a \cdot b^t$ fonksiyonuyla belirlenerek çizilmiştir.

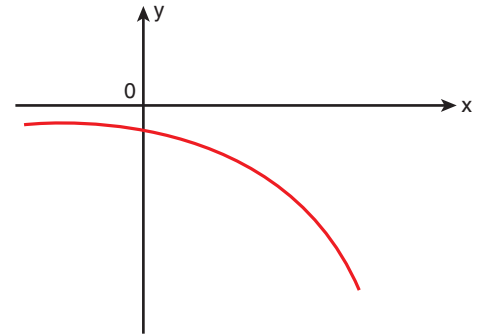


Buna göre, başlangıçtan 30 dakika sonra kültürdeki bakteri sayısı kaçtır?

($\sqrt{2} \cong 1,4$ ve $\sqrt{3} \cong 1,6$ dır.)

- A) 6000 B) 7000 C) 8000
D) 12000 E) 14000

4. Aşağıda $f(x) = a \cdot b^x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $a < 0$ ve $b > 1$ B) $a < 0$ ve $0 < b < 1$
C) $a < 0$ ve $b = 1$ D) $a > 0$ ve $b > 1$
E) $a > 0$ ve $0 < b < 1$

1) D

2) B

3) E

4) A

1. TİP: LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TANIMI

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere, $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun ters fonksiyonuna **Logaritma Fonksiyonu** denir.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+, \quad f(x) = a^x$$

$$f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}, \quad f^{-1}(x) = \log_a x$$

$$f(x) = a^x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$$

$$y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y \text{ olur.}$$

$\log_a x$ ifadesi, **logaritma a tabanında x** ya da **x'in a tabanındaki logaritması** şeklinde okunur.

1

Aşağıda verilen eşitliklerdeki x değerlerini logaritma kullanarak bulunuz.

- a) $3^x = 7$
- b) $5^{x-1} = 8$
- c) $2^{2x+1} = 3$

2

Aşağıda verilen eşitliklerdeki x değerlerini bulunuz.

- a) $\log_2 x = -1$
- b) $\log_4 64 = x$
- c) $\log_x 36 = 2$
- d) $\log_3 (2x + 1) = 4$

3

x pozitif bir gerçekte sayıdır.

$$\log_x \sqrt{0,1} = 0,1$$

eşitliğine göre, x kaçtır?

4

$$\log_9 (\log_3 (2x - 9)) = 0$$

eşitliğine göre, x kaçtır?

5

x sıfırdan farklı bir gerçekte sayıdır.

$$5^x = a \text{ ve } 5^{x^2} = b$$

olduğuna göre, x'in a ve b türünden eşitini bulunuz.

6

ba iki basamaklı bir doğal sayıdır.

$$\log_a (ba) = 2$$

olduğuna göre, ab sayısının alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

1. TİP	1) a) $\log_3 7$ b) $1 + \log_5 8$ c) $\frac{-1 + \log_2 3}{2}$		
	2) a) $\frac{1}{2}$ b) 3 c) 6 d) 40	3) 10^{-5}	4) 6
	5) $x = \log_a b$	6) 115	

2. TİP: BAYAĞI VE DOĞAL LOGARİTMA FONKSİYONU

- Tabanı 10 olan logaritma fonksiyonuna **Onluk Logaritma Fonksiyonu** veya **Bayağı Logaritma Fonksiyonu** denir.

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f(x) = \log_{10}x \text{ veya } f(x) = \log x$$

biçiminde gösterilir.

Örneğin; $\log 5 = \log_{10}5$ tir.

- Tabanı e irrasyonel sayısı olan logaritma fonksiyonuna **Doğal Logaritma Fonksiyonu** denir.

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f(x) = \log_e x \text{ veya } f(x) = \ln x$$

biçiminde gösterilir ve $y = \ln x \Leftrightarrow x = e^y$ olur.

Örneğin; $\ln 5 = \log_e 5$ tir.

1

Aşağıda verilen eşitliklere göre, x değerlerini bulunuz.

a) $\log x = 5$

b) $\ln x = \frac{1}{2}$

2

$$\log_3(\log x) = 2$$

eşitliğine göre, x kaçtır?

3

$$\log_{\frac{1}{5}}(\ln x) = -1$$

eşitliğine göre, x kaçtır?

4

$$\log\left(\frac{a+b}{b}\right) = 2$$

olduğuna göre, $\frac{a}{b}$ oranı kaçtır?

5

e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

a) $e^{x+2} = 3$

b) $10^{x-1} = 2$

eşitliklerindeki x değerlerini bulunuz.

6

Aşağıda verilen

I. $x + y = 3$

II. $e^{x+y} = 3$

III. $\ln(x + y) = 3$

denklemlerinden hangileri analitik düzlemde bir doğru belirtir?

2. TİP	1) a) 10^5 b) $\sqrt{e}$	2) 10^9	3) e^5
	4) 99	5) a) $-2 + \ln 3$ b) $1 + \log 2$	6) I-II-III

3. TİP: LOGARİTMA FONKSİYONUNUN EN GENİŞ TANIM KÜMESİ

$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f(x) = \log_{h(x)} g(x)$ fonksiyonunun **en geniş** tanım kümesi,

a) $h(x) > 0$

b) $g(x) > 0$

c) $h(x) \neq 1$

şartlarını sağlayan x değerlerinin kümesidir.

1

$$f(x) = \log_{(x-1)} 5$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

2

$$f(x) = \log_{(x-1)} (7-x)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

3

$$f(x) = \log_{(x-3)} (49-x^2)$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesindeki tam sayıların toplamı kaçtır?

4

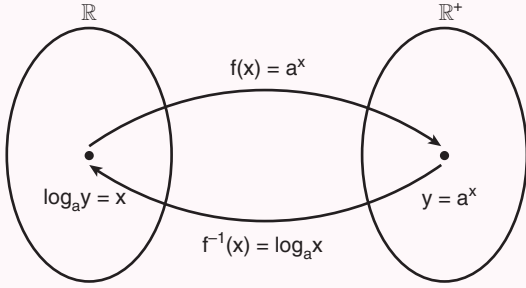
$$f(x) = \log(x^2 - mx + 9)$$

fonksiyonu $\forall x \in \mathbb{R}$ için tanımlı olduğuna göre, m 'nin bulunduğu en geniş aralığı bulunuz.

NOTLAR

3. TİP	1) $(1, \infty) - \{2\}$	2) 18	3) 11	4) $(-6, 6)$
--------	--------------------------	-------	-------	--------------

4. TİP: ÜSTEL VE LOGARİTMA FONKSİYONUNUN TERSİ



$y = f(x)$ fonksiyonunun **tersi bulunurken** x yalnız bırakılır. x yalnız bırakıldıktan sonra x ile y yer değiştirilerek $f^{-1}(x)$ fonksiyonu bulunur.

1

$f : \mathbb{R} \rightarrow (-1, \infty)$ olmak üzere,

$$f(x) = 3^x - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ in eşitini bulunuz.

2

e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$$f : \mathbb{R} \rightarrow (3, \infty)$$

$$f(x) = e^{2x} + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f^{-1}(x)$ in eşitini bulunuz.

3

$f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3 + \log_2 x$$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

4

$f : (-3, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \log(x + 3) - 2$$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

5

$f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2 - \ln(3x)$$

fonksiyonunun tersini bulunuz.

6

$f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$

$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$f(x) = \log_5 x$$

$$(g \circ f)(x) = 25 \cdot x$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(3)$ kaçtır?

7

$$f(x) = \log_3 x$$

$$g(x) = \log_5 x$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

$$(g \circ f^{-1})(2a) = \log_{25} 27$$

denklemini sağlayan a değeri kaçtır?

4. TİP	1) $f^{-1}(x) = \log_3(x + 1)$	2) $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \cdot \ln(x - 3)$
	3) $f^{-1}(x) = 2^{x-3}$	4) $f^{-1}(x) = 10^{x+2} - 3$
	5) $f^{-1}(x) = \frac{e^{2-x}}{3}$	6) 5^5
		7) $\frac{3}{4}$

5. TİP: LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ 1

 $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\},$
 $\log_a 1 = 0$ ve $\log_a a = 1$ dir.

- $\ln 1 = 0$
- $\ln e = 1$
- $\log 1 = 0$
- $\log 10 = 1$

1

$$3^{\ln e} - 5^{\log_2 2} + 4^{\log 1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

2

Uygun şartlardaki a ve b sayıları için,

$$\log_{(5-a)}(2a-4) = 1$$

$$\log_{(2-b)}(b^2-8) = 0$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

3

 $0 < x \leq \frac{\pi}{2}$ olmak üzere,

$$\log_5(\sin x) = 0$$

olduğuna göre, $\log_8(\cos x + 8)$ ifadesinin değeri kaçtır?

6. TİP: LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ 2

 $a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $a \neq 1$ olmak üzere,

- 1) $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- 2) $\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b = \log_a \sqrt[n]{b}$
- 3) $\log_a \sqrt[n]{b^m} = \frac{m}{n} \cdot \log_a b$

1

e, doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$$\log_{\sqrt{2}} 8 - \ln e^3 + \log \sqrt[3]{0,1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

2

$$\log_{\sqrt{3}}(\log_{0,5}(\log \sqrt{10}))$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

3

$$\log_{(5\sqrt{2}-7)}(5\sqrt{2}+7)$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

5. TİP	1) -1	2) -9	3) 1
--------	-------	-------	------

6. TİP	1) $\frac{8}{3}$	2) 0	3) -1
--------	------------------	------	-------

4

e doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$$\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x} = e^{20}$$

eşitliğini sağlayan x değeri için $\ln x$ kaçtır?

5

$$\log_3(\tan 60^\circ) + \log_2(\cos 45^\circ)$$

toplamının sonucu kaçtır?

6

$$\log_{\sqrt{3}} 27 - \log_{2\sqrt{2}} 32 + \log_{25} 125$$

işleminin sonucunu bulunuz.

7. TİP: LOGARİTMA FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ 3

a, b, c > 0 ve a ≠ 1 olmak üzere,

$$1) \log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

$$2) \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$$

1

$$2 \cdot \log_6 3 + \log_6 4$$

toplamının sonucu kaçtır?

2

$$\log_3 135 - \log_3 5$$

farkının sonucu kaçtır?

3

$$\log\left(\frac{\sqrt{m} \cdot n^3}{c^2}\right)$$

ifadesini logaritmanın özelliklerinden faydalananarak toplam ve fark biçiminde yazınız.

4

a, b ve c birer pozitif gerçel sayıdır.

$$\log x = a + \frac{\log b}{2} - \log c$$

eşitliğine göre x'in a, b ve c türünden eşitini bulunuz.

6. TİP

4) 24

5) 0

6) $\frac{25}{6}$

7. TİP

1) 2

2) 3

3) $\frac{1}{2} \log m + 3 \log n - 2 \log c$ 4) $x = \frac{10^a \cdot \sqrt{b}}{c}$

5

$$1 + \log(a - b) = 2\log a + \log b$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, b'nin a türünden ifadesini bulunuz.

6

a pozitif bir gerçel sayıdır.

$$x^2 - x + \log_a 9 = \log_a \frac{1}{3}$$

denkleminin kökler çarpımı 24 olduğuna göre, a^4 kaçtır?

7

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve e doğal logaritma tabanıdır.

$$\ln(a \cdot b \cdot e) = 5$$

$$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = -3$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

8

$$\log_3 27! = m$$

olduğuna göre, $\log_3 26!$ ifadesinin m türünden eşitini bulunuz.

9

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $a \cdot b = 81$ olmak üzere,

$$\frac{\log_3 a}{4 - \sqrt{3}} = \frac{\log_3 b}{4 + \sqrt{3}} = x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, x kaçtır?

10

x, y ve z birer pozitif gerçel sayıdır.

$$8y^3 = x^2 \cdot z$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

$$3\log_2 2y - \log_{\sqrt{2}} x - \log_2 z$$

işleminin sonucunu bulunuz.

11

$$2^x = 17$$

$$17^y = 32$$

olduğuna göre,

$$\log_{25} x + \log_{25} y$$

toplamının sonucu kaçtır?

12

$$\frac{\ln^2 44 - \ln^2 11}{\ln 11 + \ln 2} = \ln x$$

eşitliğine göre, x kaçtır?

7. TİP	5) $\frac{10 \cdot a}{a^2 + 10}$	6) $\sqrt{3}$	7) $\sqrt{e}$	8) $m - 3$
	9) $\frac{1}{2}$	10) 0	11) $\frac{1}{2}$	12) 16

13

- a) $\log 5 = a$ olduğuna göre, $\log 50$ ifadesini a türünden bulunuz.
- b) $\log 2 = p$ olduğuna göre, $\log 0,05$ ifadesini a türünden bulunuz.

14

$$\log 4 \cdot \log 5 = a$$

olduğuna göre,

$$(\log 2)^2 + (\log 5)^2$$

toplamının a türünden eşitini bulunuz.

15

$x > 0$ olmak üzere,

$$\log \frac{5}{x} = \log 2 + 2$$

eşitliğine göre, x kaçtır?

16

$$\log 27 = a \text{ ve } \log 2 = b$$

olduğuna göre, $\log 45$ 'in a ve b türünden eşitini bulunuz.

17

$$\log 405 = a \text{ ve } \log 3 = b$$

olduğuna göre, $\log 2$ 'nin a ve b türünden eşitini bulunuz.

18

$a, b \in \mathbb{R}^+$ ve $a > b$ olmak üzere,

$$\log(a + b) = p \text{ ve } \log(a^2 - b^2) = q$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log\left(\frac{a+b}{a-b}\right)$ ifadesinin p ve q türünden eşitini bulunuz.

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

7. TİP

13) a) $1 + a - b - 1 - p$ 14) $1 - a$ 15) $\frac{1}{40}$ 16) $\frac{2a}{3} + 1 - b$ 17) $4b - a + 1$ 18) $2p - q$

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow (-3, \infty)$ olmak üzere,

$$f(x) = 2^{x-1} - 3$$

fonksiyonunun ters fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 1 + \log_2(x + 3)$

B) $f^{-1}(x) = -1 + \log_2(x + 3)$

C) $f^{-1}(x) = 3 + \log_2(x - 1)$

D) $f^{-1}(x) = 2 + \log_3(x + 1)$

E) $f^{-1}(x) = 1 + \log_2(x - 3)$

2. $f(x) = \log_x(7 - x)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesinde kaç tane tam sayı vardır?

A) 6

B) 5

C) 4

D) 3

E) 2

3. $\log_{13}(10 + \log_2 8)$

işleminin sonucu kaçtır?

A) 0

B) 1

C) 3

D) 8

E) 13

4. $\log(13,4) - \log(1,34)$

farkının sonucu kaçtır?

A) -1

B) 0

C) 1

D) 2

E) 3

5. $\log(\ln x) = 2$

olduğuna göre, x kaçtır?

(e, doğal logaritma tabanıdır.)

A) e^2

B) 100

C) $^{100}\sqrt{e}$

D) e^{100}

E) $\sqrt{e}$

6. $\log 5 = a$ ve $\log 3 = b$

olduğuna göre, $\log 6$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $a + b$

B) $b - a$

C) $a + b + 1$

D) $a + b - 1$

E) $b - a + 1$

1. $\frac{\log \sqrt{8} \cdot \log 9}{\log 2 \cdot \log 81}$

işleminin sonucu kaçtır?

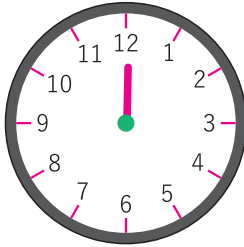
- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

2. $\log_8 2 = m$

olduğuna göre, $\log_8 7!$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $m + 1$ B) $3m$ C) $3m + 1$
D) $1 - 3m$ E) $3m - 1$

3. Aşağıdaki saatte, saat yönünde çalışan tek ibre vardır.



Bu ibre 12'den 1'e $\log \frac{25}{3}$ günde ve $1 \leq n \leq 11$ olmak üzere,

n 'den $n + 1$ 'e $\log \frac{n+1}{n}$ günde ulaşmaktadır.

Buna göre, ibre 12'den hareket edip tekrar 12'ye geldiğinde kaç gün geçer?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. m bir gerçekte sayıdır.

$$f(x) = \log(x^2 - mx + 4)$$

fonksiyonu her x gerçekte sayısı için tanımlı olduğuna göre, m 'nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

5. $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 1 + \log_2 x \text{ ve}$$

$$(f \circ g)(x) = x - 5$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $g(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $2^x - 6$ B) $2^x - 4$ C) $\log_2(x - 5)$
D) $\log_2(x - 4)$ E) $\frac{2^{x-1}}{5}$

6. $(\log_6 12)^2 + \log_6 144 \cdot \log_6 18 + (\log_6 18)^2$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 3 C) 9 D) 27 E) 36

1) B	2) D	3) B	4) D	5) A	6) C
------	------	------	------	------	------

1. $f : (2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = 3 + \log_5(x - 2)$$

fonksiyonunun ters fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $f^{-1}(x) = 5^{x-3} + 2$

B) $f^{-1}(x) = 3^{x-2} + 5$

C) $f^{-1}(x) = 5^{x-2} + 3$

D) $f^{-1}(x) = 2^{x-2} + 5$

E) $f^{-1}(x) = 5^{x-2} - 3$

2. $m \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$f(x) = \log_m(5x + 4)$$

fonksiyonu tanımlanıyor.

$f^{-1}(6) = 12$ olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 6

3. $f(x) = \log_{(x-3)}(-x^2 + 6x - 5)$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1,5) - \{4\}$

B) $(3,5) - \{4\}$

C) $(3,5)$

D) $(1,5) - \{3\}$

E) $(5, \infty)$

4. $\log_{0,5}4 - \ln e^3 + \log \sqrt{10}$

işleminin sonucu kaçtır?

(e, doğal logaritma tabanıdır.)

A) $\frac{-11}{2}$

B) -5

C) $\frac{-9}{2}$

D) -4

E) $\frac{-7}{2}$

5. $\log_2 \left(\log \left(\frac{x-y}{y} \right) \right) = 0$

olduğuna göre, $\frac{x}{y}$ oranı kaçtır?

A) 11

B) 10

C) 5

D) $\frac{11}{10}$

E) $\frac{10}{11}$

6. a ve b birer pozitif gerçekte sayıdır.

$$\log_3 a - \log_3 b + 1 = \log_3 6$$

olduğuna göre, $\frac{2a+b}{a-b}$ oranı kaçtır?

A) 5

B) $\frac{5}{2}$

C) 2

D) $\frac{3}{2}$

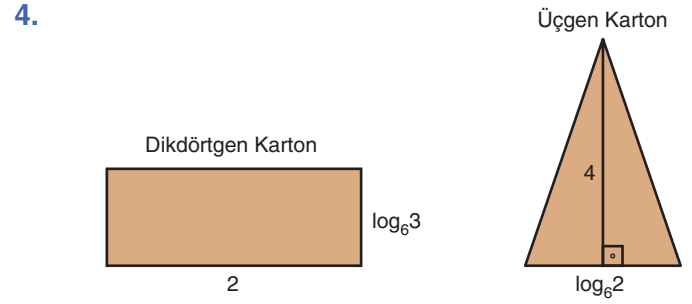
E) 1

1. $\log 2 = a$ ve $\log 3 = b$
olduğuna göre, $\log 5!$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) $a + 2b + 1$ B) $2a + b + 1$ C) $a + b + 2$
D) $2a + b + 2$ E) $a + 2b + 2$

2. $3^x = 5$ ve $9^y = 7$
eşitlikleri veriliyor.
Buna göre, $x + 2y$ toplamı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_3 21$ B) $\log_3 45$ C) $\log_3 35$ D) 2 E) 3

3. x pozitif bir gerçektektir.
 $\log x = 4$
olduğuna göre, $\log \sqrt{x \sqrt[3]{x \sqrt{x}}}$ ifadesinin değeri kaçtır?
- A) 3 B) 4 C) $\frac{16}{3}$ D) 6 E) $\frac{27}{4}$



Şekilde iki karton parçası ve birim cinsinden uzunlukları verilmiştir.

Buna göre, kartonların bir yüzünün alanları toplamı kaç birimkaredir?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $m, n \in \mathbb{R}^+$ ve $m \cdot n \neq 1$ olmak üzere,
 $\log_{mn} m = 5$
olduğuna göre, $\log_{mn} n$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?
- A) -4 B) $-\frac{1}{5}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{1}{5}$ E) 4

6. $\ln x = m$ ve $\ln y = n$
olduğuna göre, $\log_x 6y^8$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
- A) $\frac{n}{m}$ B) $\frac{4n}{3}$ C) $\frac{4}{3m}$ D) $\frac{4n}{3m}$ E) $\frac{3m}{4}$

1) B	2) C	3) A	4) B	5) A	6) D
------	------	------	------	------	------

1. TİP: TABAN DEĞİŞTİRME

$a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $\log_a x$ ifadesini istediğimiz tabanda yeniden yazabiliriz.

$\log_a x$ ifadesi b tabanında,

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

şeklinde yazılır.

$x \neq 1$ olmak üzere, $\log_a x$ ifadesini x tabanında yazılırsa,

$$\log_a x = \frac{\log_x x}{\log_x a}$$

$$\log_a x = \frac{1}{\log_x a}$$

eşitliği elde edilir.

1

Aşağıda verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

I. $\log 8 = \frac{\log_3 8}{\log_3 10}$

II. $\ln 7 = \frac{\log 7}{\log 10}$

III. $\log 3 = \frac{\ln 3}{\ln 10}$

2

$$\log 2 \cong 0,301 \text{ ve } \log 3 \cong 0,477$$

olduğuna göre,

I. $\log 1,5$

II. $\log_2 81$

III. $\log 60$

ifadelerinden hangilerinin sonucu bulunabilir?

3

$$\frac{\log_9 16}{\log_9 \sqrt{2}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

4

$$\log_3 5 = m$$

olduğuna göre, $\log_{25} 27$ 'nin m türünden eşitini bulunuz.

5

$$\log_3 5 = a$$

olduğuna göre, $\log_{45} 25$ ifadesinin a türünden eşitini bulunuz.

6

e , doğal logaritma tabanıdır.

$$\ln 9 = x$$

olduğuna göre, $\log_3 e$ ifadesinin x türünden eşitini bulunuz.

1. TİP	1) I ve III	2) I, II ve III	3) 8	4) $\frac{3}{2m}$	5) $\frac{2a}{a+2}$	6) $\frac{2}{x}$
--------	-------------	-----------------	------	-------------------	---------------------	------------------

7

$$\log_5 2 = a \text{ ve } \log_5 3 = b$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_{12} 18$ ifadesinin a ve b türünden eşitini bulunuz.

8

$$\log 5 = a \text{ ve } \log 3 = b$$

olduğuna göre, $\log_6 30$ ifadesinin a ve b türünden eşitini bulunuz.

9

$$\log_{21} 63 = x \text{ ve } \log 3 = y$$

olduğuna göre, $\log 7$ 'nin x ve y türünden eşitini bulunuz.

10

$$\log_3 36 = x$$

olduğuna göre, $\log_4 12$ ifadesinin x türünden eşitini bulunuz.

11

$$\log_2 5 = x$$

olduğuna göre, $\log_{\frac{1}{5}} \left(\frac{4}{25} \right)$ ifadesinin x cinsinden eşitini bulunuz.

12

$$\log_7 8 = a$$

olduğuna göre, $\log_{16} 98$ ifadesinin a cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

13

$$\log 3 = x \text{ ve } \log 5 = y$$

olduğuna göre, $\log_{12} 25$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

1. TİP	7) $\frac{a+2b}{2a+b}$	8) $\frac{b+1}{b-a+1}$	9) $\frac{y(x-2)}{1-x}$	10) $\frac{x-1}{x-2}$
	11) $\frac{2x-2}{x}$	12) $\frac{a+6}{4a}$	13) $\frac{2y}{2-2y+x}$	

2. TİP: TABAN DEĞİŞTİRME

$a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a} \text{ veya}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

1

$$\frac{1}{\log_3 60} + \frac{1}{\log_{20} 60}$$

toplamının sonucu kaçtır?

2

$a, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,

$$\frac{1}{\log_a 3} - \frac{1}{\log_b 3} = x$$

olduğuna göre, 3^{x-2} ifadesinin a ve b türünden eşitini bulunuz.

3

$$\frac{1}{1 + \log 3} + \frac{\log 3}{\log 30}$$

toplamının sonucu kaçtır?

4

$m \neq 1$ ve $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$\frac{2}{1 - \frac{1}{\log_3 6}} = \log_m n$$

eşitliğine göre, $m + n$ toplamı en az kaçtır?

5

a ve b birer pozitif gerçekte sayıdır.

$$\frac{5}{\log_a 7} + \frac{3}{\log_b 7} = 0$$

olduğuna göre, $\log_{(a \cdot b)} \left(\frac{a}{b} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

6

$$\log_{20} 80 = a$$

olduğuna göre, $\log 2$ ifadesinin a cinsinden değeri aşağıdakilerden hangisidir?

2. TİP

1) 1

2) $\frac{a}{9b}$

3) 1

4) 38

5) -4

6) $\frac{a-1}{3-a}$

3. TİP: TABAN DEĞİŞTİRME

Uygun şartlarda olmak üzere,

$$\log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d = \log_a d$$

eşitliği geçerlidir.

1

$$\log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$$

çarpımının sonucu kaçtır?

2

$$\log_{\sqrt{3}} 32 \cdot \log_{16} 27$$

çarpımının sonucu kaçtır?

3

$$\log_3 7 = a \text{ ve } \log_5 3 = b$$

olduğuna göre, $\log_5 7$ nin a ve b türünden eşitini bulunuz.

4

e, doğal logaritma tabanıdır.

$$\ln \frac{1}{25} \cdot \log_5 e^2$$

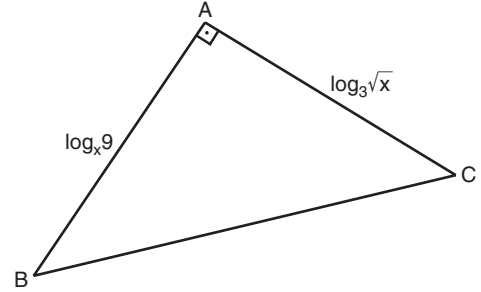
çarpımının sonucu kaçtır?

5

$$3^a = 17 \text{ ve } 2^b = 9$$

olduğuna göre, $a \cdot b \cdot \log_{17} 4$ çarpımının sonucu kaçtır?

6



ABC dik üçgendir.

$$|AB| = \log_x 9, |AC| = \log_3 \sqrt{x}$$

Buna göre, $\widehat{A(ABC)}$ kaç birimkaredir?

7

$$\log_2 27 + \log_3 4 = a$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $(\log_2 27)^2 + (\log_3 4)^2$ ifadesinin eşitini bulunuz.

3. TİP	1) $\frac{3}{2}$	2) $\frac{15}{2}$	3) $a \cdot b$	4) -4	5) 4	6) $\frac{1}{2}$	7) $a^2 - 12$
--------	------------------	-------------------	----------------	---------	--------	------------------	---------------

4. TİP: TABAN DEĞİŞTİRME 4

Uygun şartlarda olmak üzere,

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \text{ ve } a^{\log_a b} = b$$

1

Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını bulunuz.

a) $2^{\log_2 3} =$

b) $5^{\log_{\sqrt{5}} 4} =$

c) $(\sqrt{e})^{\ln x} =$

(e, doğal logaritma tabanıdır.)

2

Aşağıdaki ifadelerin sonuçlarını bulunuz.

a) $7^{\log_7 16 - \log_7 8} =$

b) $9^{\frac{\log 20}{\log 3}} =$

3

$$(x - 3) \cdot 2^{\log_2(x+3)} = 7$$

olduğuna göre, x kaçtır?

4

e doğal logaritma tabanıdır.

Buna göre, $\sqrt{e^{8+\ln 16}}$ ifadesinin en sade halini bulunuz.

5

$$5^{\frac{2}{\log_2 25}}$$

ifadesinin sonucu kaçtır?

6

$$6^x = 3 \text{ ve}$$

$$6^y = 7$$

$$\frac{x+y}{1-x}$$
 olduğuna göre, $2^{\frac{x+y}{1-x}}$ değeri kaçtır?

7

$$m = \sqrt{\log_3 6}$$

$$n = \sqrt{\log_6 3}$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $3^m - 6^n$ ifadesinin değeri kaçtır?

4. TİP	1) a) 3 b) 16 c) $\sqrt{x}$	2) a) 2 b) 400
	3) 4	4) $4 \cdot e^4$ 5) 2 6) 21 7) 0

5. TİP: $\log_a b$ İFADESİNİN HANGİ İKİ ARDIŞIK TAM SAYI ARASINDA OLDUĞUNU BULMA

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $b \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere, $\log_a b$ ifadesinin "a"nın hangi üssü b eder?" demek olduğunu biliyoruz.

Bu yüzden $\log_a b$ ifadesinin hangi iki ardışık tam sayı arasında olduğunu bulmak için a'nın kuvvetlerine başvururuz.

Bir örnekle açıklamaya çalışalım.

" $\log_2 75$ ifadesi hangi iki ardışık tam sayı arasındadır?" sorusuna cevap arayalım. "2'nin hangi üssü 75 eder?" sorusuna akıldan cevap veremeyiz, fakat 75 sayısı $2^6 = 64$ ile $2^7 = 128$ arasındadır.

O halde, $\log_2 75$ ifadesi 6 ile 7 arasında bir değere sahiptir.

Bunu kısaca aşağıdaki gibi ifade edeceğiz.

$$\log_2 64 < \log_2 75 < \log_2 128$$

$$\log_2 2^6 < \log_2 75 < \log_2 2^7$$

$$6 < \log_2 75 < 7$$

1

$$\log_3 200$$

ifadesi hangi iki ardışık tam sayı arasındadır?

2

a ve b ardışık iki tam sayıdır.

$$a < \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{5} < b$$

olduğuna göre, (a,b) sıralı ikilisini bulunuz.

3

$$\frac{1}{\ln 10}$$

ifadesinin hangi ardışık iki tam sayı arasında olduğunu bulunuz.

4

$$a = \log_5 50, b = \log_2 40, c = \log_3 100$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

5

$$x = \log_{0,2} \frac{1}{4}, y = \log_2 5, z = \log_{0,2} \frac{1}{3}$$

sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

6

a ve b ardışık iki tam sayıdır.

$$a < \log_3 100 + \log_9 10 < b$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

5. TİP	1) 4 ile 5	2) (-5, -4)	3) (0, 1)
	4) $a < c < b$	5) $z < x < y$	6) 11

6. TİP: BASAMAK SAYISI

Birden büyük bir sayının onluk logaritmasının tam kısmı, o sayının tam kısmının basamak sayısının bir eksiğidir.

Yani, $x > 1$ ve $a \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$\log x = a, \dots$ ise x 'in tam kısmının basamak sayısı $-1 = a$ dır.

1

a ve b birer rakam olmak üzere,

$$\log 909 = a, \dots$$

$$\log 1009 = b, \dots$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

2

$$\log 2 \cong 0,301$$

olduğuna göre, 2^{50} sayısı kaç basamaklıdır?

NOTLAR

1. $\log_2 = a$ ve $\log_3 = b$

olduğuna göre, $\log_{12} 18$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{a+b}{2a+b}$ B) $\frac{a+2b}{2a+b}$ C) $\frac{a+2b}{ab}$
D) $\frac{2a+b}{2ab}$ E) $\frac{a+b}{2ab}$

2. $\log_2 3 = a$ ve $\log_2 5 = b$

olduğuna göre, $\log_7 5$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{a+2b}{b+1}$ B) $\frac{2a+b}{b+1}$ C) $\frac{a+b}{b+2}$
D) $\frac{a+3b}{b+2}$ E) $\frac{3a+b}{b+1}$

3. $\log_5 3 = x$

olduğuna göre, $\log_{75} 15$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{x+2}{x+1}$ B) $\frac{x+1}{x+2}$ C) $\frac{2x}{x+1}$
D) $\frac{3x}{x+2}$ E) $\frac{x+1}{2x}$

4. e; doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$\ln 8 = x$

olduğuna göre, $\log_2 e$ aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{3}{x}$ B) $3x$ C) $\frac{x}{3}$ D) $\frac{4}{x}$ E) $\frac{x}{4}$

5. $\log_2 5 = a$ ve

$\log_3 4 = b$

olduğuna göre, $\log_{15} 75$ ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) $\frac{2ab+2}{ab+2}$ B) $\frac{ab+2}{ab+1}$ C) $\frac{ab+1}{2ab}$
D) $\frac{2ab+1}{ab+2}$ E) $\frac{ab+2}{ab}$

6. $\frac{1}{\log_2 60} + \log_{60} 3 + \frac{1}{\log 60}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2
D) $\log_{60} 6$ E) $\log_{60} 10$

1) B	2) A	3) B	4) A	5) A	6) B
------	------	------	------	------	------

1. $\log_{30} 180 = a$

olduğuna göre, $\log_{5400} 6$ ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{a}{a+1}$

B) $\frac{a-1}{a}$

C) $\frac{a+2}{a+1}$

D) $\frac{a+1}{a-1}$

E) $\frac{a-1}{a+1}$

2. $\frac{\log_3 40}{\log_3 5} - 3\log_5 2$

işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0

B) 1

C) $\log_2 5$

D) $\log_2 3$

E) $\log_5 3$

3. $m \neq 1$, $m, n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$1 - \frac{1}{1 + \log_3 5} = \log_m n$$

olduğuna göre, $m + n$ toplamı en az kaçtır?

A) 22

B) 21

C) 20

D) 18

E) 17

4. $\log_3 5 \cdot \log_{25} 7 \cdot \log_{49} \sqrt{3}$

çarpımının sonucu kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{2}$

D) 1

E) 2

5. $3^a = 17$ ve $2^b = 9$

olduğuna göre, $\frac{a \cdot b}{\log_2 17}$ oranı kaçtır?

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 6

6. e ; doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$$100^{\log 4} + e^{\ln 3}$$

toplamının sonucu kaçtır?

A) 19

B) 18

C) 17

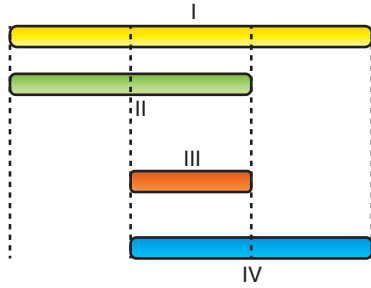
D) 16

E) 15

1. $(\sqrt{5})^{\log_{25} 10} = (0,1)^x$
eşitliğine göre, x kaçtır?

A) $\frac{-1}{8}$ B) $\frac{-1}{4}$ C) $\frac{-1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

2. Aşağıda I, II, III ve IV numaralı birbirine paralel çubuklar gösterilmiştir.



II ve IV numaralı çubukların uzunlukları toplamı $\frac{\ln 36}{\ln 3}$ birim

ve III numaralı çubuğun uzunluğu $\frac{\log 144}{\log 9}$ birimdir.

Buna göre, I numaralı çubuğun uzunluğu aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\log_2 3$ B) 1 C) $\log_3 2$ D) $\log_3 4$ E) 2

3. $a = \log_7 35$
 $b = \frac{1}{\log 2}$
 $c = \log_5 75$

sayıları için aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

A) $a < c < b$ B) $a < b < c$ C) $b < a < c$
D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

4. a ve b birer ardışık tam sayıdır.

$$a < \log_3 100 < b$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

5. e, doğal logaritma tabanı olmak üzere,

$$25^{\frac{\ln 3}{\ln 5}} - e^{\ln 2}$$

farkının sonucu kaçtır?

A) 23 B) 14 C) 11 D) 7 E) 1

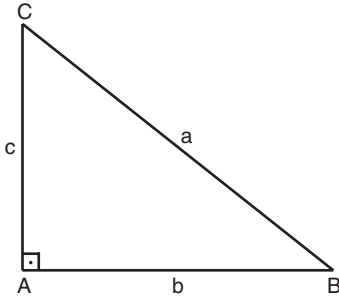
1) B	2) B	3) A	4) B	5) D
------	------	------	------	------

1. $\frac{\log_3 20}{\log_3 10} = a$

olduğuna göre, $\log_5$ ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 - a$ B) $\frac{1 - a}{2}$ C) $1 - a$
D) $1 + a$ E) $2 + a$

2. Aşağıda bir BAC dik üçgeni verilmiştir.



$a - b \neq 1$, $a + b \neq 1$ ve $c \neq 1$ olmak üzere,

$$\frac{1}{\log_{(a+b)} c} + \frac{1}{\log_{(a-b)} c}$$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 2 B) 1 C) $\log_c(2a)$
D) $\log_c(2b)$ E) $\log_c(a^2 + b^2)$

3. $\log_2 10 = \frac{1}{a}$ ve

$$\log 3 = b$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_3 20$ ifadesinin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{b}{1 + 2a}$ B) $\frac{a}{1 + b}$ C) $\frac{1 + a}{2b}$
D) $\frac{b}{2a}$ E) $\frac{b}{a}$

4. $a = \frac{\ln 2}{\ln 3}$

$$b = \log_{\sqrt{3}} 4$$

$$c = \log_{\frac{1}{3}} \sqrt{2}$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A) $c < b < a$ B) $c < a < b$ C) $a < c < b$
D) $a < b < c$ E) $a = c < b$

5. $\log_{\frac{1}{2}} 64 \cdot \log_{27} 49 \cdot \log_{\sqrt{7}} \sqrt[3]{3}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) $-\frac{16}{3}$ D) $-\frac{8}{3}$ E) $-\frac{8}{9}$

6. $\log_p A = \frac{1}{2}$

$$\log_q A = \frac{1}{3}$$

$$\log_r A = \frac{1}{5}$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\log_p \cdot q \cdot r A$ ifadesinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{31}{30}$ B) $\frac{30}{31}$ C) $\frac{1}{30}$ D) $\frac{1}{10}$ E) 10

1) A	2) A	3) C	4) B	5) D	6) D
------	------	------	------	------	------

1. TİP: ÜSLÜ DENKLEMLER

Herhangi bir teriminin üssünde bilinmeyen bulunan denkleme **Üslü Denklem** denir.

$$2^x = 5 \text{ ve } 7^{2x} - 7^x + 1 = 0$$

denklemleri üslü denklemlerdir.

Üslü denklemleri çözmek için genellikle iki yöntem kullanılır.

- 1) Üslü ifadeyi yalnız bırakmak.
- 2) Değişken değiştirme yapılarak üslü denklemi ikinci dereceden denkleme çevirmek.

1

a) $(0,2) \cdot 10^x = 2,4$

b) $5^{x+1} = 7^x$

denklemlerinin çözüm kümelerini bulunuz.

2

$$25^x - 5^{x+1} - 14 = 0$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

3

$$7^x - 5 \cdot 7^{-x} = 4$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

2. TİP: LOGARİTMALİ DENKLEMLER 1

Bilinmeyenin logaritmali bir ifade içinde olduğu denkleme **Logaritmali Denklem** ya da **Logaritmik Denklem** denir.

Logaritmali denklemleri çözmek için logaritma fonksiyonunun özellikleri kullanılır.

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

- $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$ olur.
- $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ olur.

Bulunan x değerinin tanım kümesinde olup olmadığına bakılır.

1

$$\log_2(3x - 1) = 5$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

2

$$\log_{x+1}(x^2 + 7) = 2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

3

a ve b pozitif gerçel sayıdır.

$$a - b = 48$$

$$\log_2 a - \log_2 b = 2$$

eşitliklerine göre, a + b toplamı kaçtır?

1. TİP	1) a) $\{\log 12\}$ b) $\left\{\log \left(\frac{7}{5}\right)\right\}$	2) $\{\log_5 7\}$	3) $\{\log_7 5\}$
--------	---	-------------------	-------------------

2. TİP	1) $\{11\}$	2) $\{3\}$	3) 80
--------	-------------	------------	-------

4

$$\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x + \log_{16} x = \frac{25}{4}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, x kaçtır?

5

$$\log_3 x + \log_3 (2x + 3) = 3$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

6

$$\log(5 - x) - \log(x + 6) = -1$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

7

$$\log_5 x - \log_x 125 = \log_3 9$$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

8

$$\log_3 x = 1 + \log_x 9$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

9

$$(\ln x)^2 = \ln x^2 + 15$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

10

a pozitif bir gerçek sayıdır.

$$\frac{\log_a 4}{2} = 1 + \log_{\frac{1}{a}} 5$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

2. TİP	4) 8	5) {3}	6) {4}	7) 25
	8) $\left\{\frac{1}{3}, 9\right\}$	9) $\{e^{-3}, e^5\}$	10) {10}	

3. TİP: LOGARİTMALİ DENKLEMLER 2

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $n \in \mathbb{Z}$ ve $f(x)$ bir fonksiyon olmak üzere,

$$\log_a(f(x))^{2n} = 2n \cdot \log_a|f(x)|$$

çift kuvvet başa atılırken, logaritmanın içindeki ifadenin mutlak değeri alınır.

1

$$\ln x^2 = 2$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

2

$$\log_{\sqrt{2}}(x-1)^4 = 16$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

3

$$2^{\log_{\sqrt{2}} x^2} = 81$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

4. TİP: LOGARİTMALİ DENKLEMLER 3

$b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$,

$a, c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

yer de-
ğiş-
 tirebilirler

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \text{ dır.}$$

1

$$3^{\log_x 5} + 5^{\log_x 3} = 10$$

olduğuna göre, x kaçtır?

2

$$6^{\ln 5} = 5^{\ln \sqrt{x}}$$

olduğuna göre, x kaçtır?

3

$$x^{\log_3 x} = 9x$$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

3. TİP 1) $\{-e, e\}$ 2) $\{-3, 5\}$ 3) $\{-3, 3\}$

4. TİP 1) $\{3\}$ 2) 36 3) $\left[\frac{1}{3}, 9\right]$

1. $9^x - 3^x - 2 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{0\}$ B) $\{\log_3 2\}$ C) $\{1\}$
D) $\left\{\frac{1}{3}, \log_3 2\right\}$ E) $\{\log 3\}$

2. e; doğal logaritma tabanı olmak üzere,
 $e^x + 6 \cdot e^{-x} = 5$

denkleminin kökler toplamı kaçtır?

- A) $\ln 15$ B) $\ln 12$ C) $\ln 10$ D) $\ln 6$ E) $\ln 5$

3. $\log_{0,3}(x+2) = -2$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

4. $\log_2 a + \log_2(a+14) = 5$

denklemini sağlayan a değeri için $\log_{\sqrt{a}} 8$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 2 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{6}$

5. e; doğal logaritma tabanı olmak üzere, x ve y birer pozitif gerçel sayıdır.

$$\ln(x-y) = \ln x + \ln y - 1$$

olduğuna göre, y'nin x türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x}{x+e}$ B) $\frac{x}{x+1}$ C) $\frac{ex}{x+e}$
D) $\frac{x+1}{ex-1}$ E) $\frac{ex}{x+1}$

6. $\log_2(4x+10) = 3 - \log_{0,5} x$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) 3 E) $\frac{5}{2}$

1. $\frac{1}{\log_2 a} + \log_{a^2} 3 = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 12 B) 9 C) $3\sqrt{2}$ D) $2\sqrt{3}$ E) 2

2. $\frac{\log_2(x^2 - 1)}{\log_2 5} = \log_5(x + 5)$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) -6 B) -3 C) 2 D) 3 E) 6

3. $(\log_5 x)^2 - \log_5 x^7 - 8 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 5^5 B) 5^6 C) 5^7 D) 5^8 E) 5^9

4. $\log_x 3 + \log_9 x = \frac{11}{6}$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) $3^{\frac{11}{3}}$ B) $3^{\frac{11}{6}}$ C) 9 D) 3 E) $3^{\frac{7}{3}}$

5. $3^{\ln x} + x^{\ln 3} = 54$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) e^3 B) e^2 C) 2 D) 3 E) $\frac{3}{e}$

6. $x^{\log_5 x} = \frac{25}{x}$

denkleminin kökler çarpımı kaçtır?

- A) 125 B) 25 C) 5 D) 1 E) $\frac{1}{5}$

1) A	2) A	3) C	4) A	5) A	6) E
------	------	------	------	------	------

5. TİP: ÜSLÜ EŞİTSİZLİKLER

- 1) $a > 1$ için
 $b < c \Leftrightarrow a^b < a^c$ dir.
- 2) $0 < a < 1$ için
 $b < c \Leftrightarrow a^b > a^c$ dir.

1

Aşağıdaki eşitsizliklerin en geniş çözüm kümelerini bulunuz.

- a) $(\sqrt{3})^{2x-4} < 9^{x+3}$
- b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} \leq 4^{3x-1}$
- c) $\left(\frac{1}{5}\right)^2 > \left(\frac{1}{25}\right)^{x-3}$

6. TİP: ÜSLÜ EŞİTSİZLİKLER

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$,
 $b, c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

- 1) $a > 1$ için
 $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b < c$ dir.
- 2) $0 < a < 1$ için
 $\log_a b < \log_a c \Leftrightarrow b > c$ dir.
- 3) $a > 1$ için
 $\log_a b < c \Leftrightarrow b < a^c$ dir.
- 4) $0 < a < 1$ için
 $\log_a b < c \Leftrightarrow b > a^c$ dir.

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $c \in \mathbb{R}$ ve $f(x)$ bir fonksiyon olmak üzere,

$$\log_a f(x) < c$$

eşitsizliğini çözmeden önce $f(x) > 0$ eşitsizliğini sağlayan x değerleri bulunur.

1

$$\log(x+1) \leq \log(3x+7)$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

2

$$\log_{25}(2x+1) < \log_5 7$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

3

$$\log_2(x-1) < 3$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

4

$$|\log_3(x-2)| \leq 1$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

5

$$\log_2(x-2) + \log_2(x+2) < 5$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

5. TİP 1) a) $(-8, \infty)$ b) $\left[\frac{1}{8}, \infty\right)$ c) $(4, \infty)$

6. TİP 1) $(-1, \infty)$

6. TİP 2) $\left(-\frac{1}{2}, 24\right)$ 3) $(1, 9)$ 4) $\left[\frac{7}{3}, 5\right]$ 5) $(2, 6)$

6

$$\log_2(\log(x-3)) < 1$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

7

$$x^2 - 4x + \log_2 a = 0$$

denkleminin birbirinden farklı iki reel kökü olduğuna göre, a'nın bulunduğu en geniş aralığı bulunuz.

8

$$\log_{\frac{1}{5}}(2x-6) \geq \log_{\frac{1}{5}} x$$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

9

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > -2$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

10

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\sqrt{2}} 6$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

11

$$\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}}(2-x)\right) \leq 0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm kümesini bulunuz.

12

$$f(x) = \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{3}}(x+2)}$$

fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

13

$$2 < \log_2 a < 3$$

$$0 < \log_3 b < 1$$

eşitsizlikleri veriliyor.

Buna göre, a – b farkının alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

6. TİP	6) (4, 103)	7) (0, 16)	8) 15	9) (2, 11)
	10) $\left(1, \frac{37}{36}\right)$	11) $\left(1, \frac{3}{2}\right]$	12) $\left[\frac{-5}{3}, \infty\right)$	13) 6

1. $\left(\frac{1}{9}\right)^{2x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^x$

eşitsizliğin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\left(-\infty, \frac{-2}{3}\right]$ B) $\left[\frac{-2}{3}, \infty\right)$ C) $\left(-\infty, \frac{-3}{2}\right]$
D) $\left[\frac{-3}{2}, \infty\right)$ E) $\left[\frac{-1}{3}, -\infty\right)$

2. $\log_3(x-2) < 3$

eşitsizliğin en geniş çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (2, 27) B) (2, 29) C) (0, 29)
D) $(-\infty, 29)$ E) (0, 27)

3. $\log_2(x+2) \leq 3$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

4. $\log_{\frac{1}{5}}(x-2) > -2$

eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?

- A) 25 B) 24 C) 23 D) 22 E) 21

5. $\log_4(5x+1) < \log_2 6$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

6. $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > \log_3 \frac{1}{7}$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

- A) 33 B) 32 C) 31 D) 30 E) 29

1. $\log_2(x - 3) + \log_2 5 < 6$
eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?
- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

2. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_3(x - 1)) > -1$
eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?
- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $|\log_2(x - 2)| < 2$
eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?
- A) (2, 4) B) (2, 6) C) (4, 6)
- D) $\left(\frac{1}{4}, 4\right)$ E) $\left(\frac{9}{4}, 6\right)$

4. $\log_3(x - 5) < 100^{\log \sqrt{2}}$
eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?
- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

5. $\log_{0,1}(x - 4) - \log_{0,1} 2 < -2$
eşitsizliğini sağlayan en küçük x tam sayısı kaçtır?
- A) 207 B) 206 C) 205 D) 204 E) 203

6. $\frac{\ln x}{\ln 2} - \log_2 3 \cdot \log_3 6 < 3$
eşitsizliğini sağlayan en büyük x tam sayısı kaçtır?
- A) 49 B) 48 C) 47 D) 46 E) 45

1) C	2) D	3) E	4) D	5) C	6) C
------	------	------	------	------	------

1. TİP: LOGARİTMA FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ 1

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere,
 $\log_a f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilirken;

- 1) $f(x) > 0$ olacak şekilde x tanım kümesi belirlenir.
- 2) $f(x) = 1$ denkleminin çözüm kümesi bulunarak x eksenini kestiği nokta bulunur.
- 3) $a > 1$ ise grafik artan,
 $0 < a < 1$ ise grafik azalan olur.

1

$$f(x) = \log_3 x$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2

$$f(x) = \log x^2$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

3

$$f(x) = \log_2(x - 1)$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

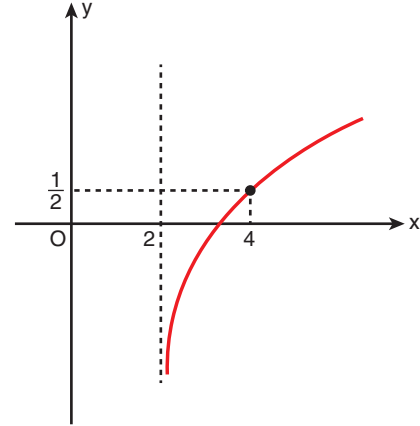
4

$$f(x) = \log_{\frac{1}{8}}(x + 2)$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

5

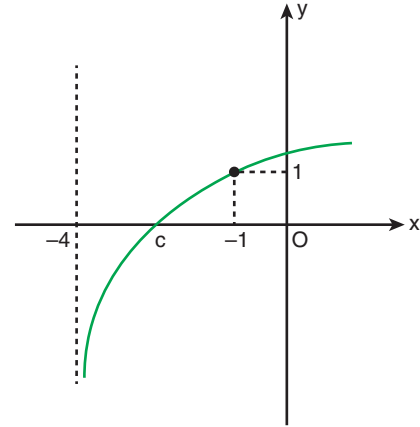
Aşağıda, $f(x) = \log_m(x - 2)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, m kaçtır?

6

Aşağıdaki şekilde $f(x) = \log_a(x + b)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

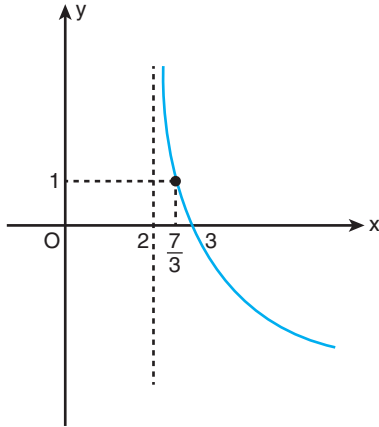


Buna göre, $a + b + c$ toplamı kaçtır?

1. TİP	1)	2)
	3)	4)
	5) 4	6) 4

7

Aşağıda, $f(x) = \log_m(x + n)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



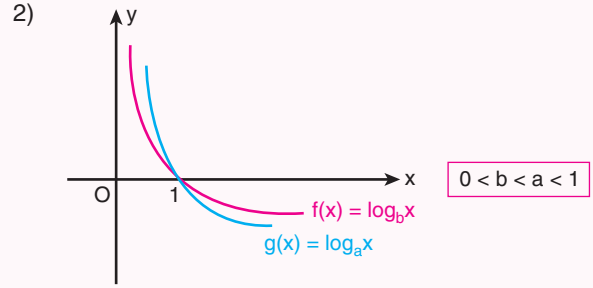
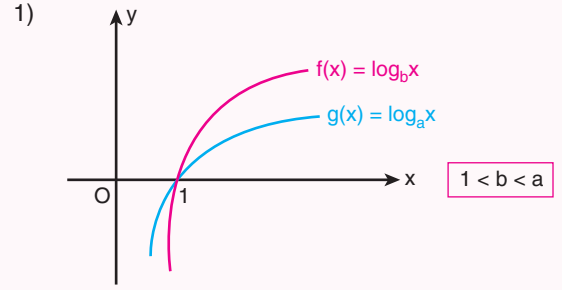
Buna göre, $f^{-1}(-1)$ kaçtır?

8

$$f(x) = 2^{\log_2 x}$$

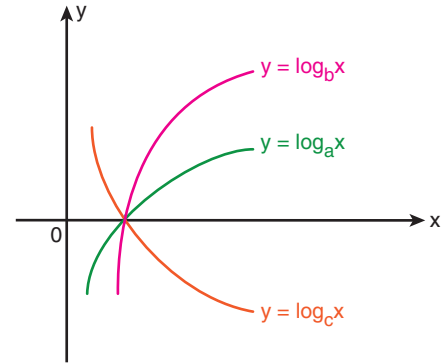
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2. TİP: LOGARİTMA FONKSİYONUNUN GRAFİĞİ 2



1

Aşağıda, $y = \log_a x$, $y = \log_b x$ ve $y = \log_c x$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

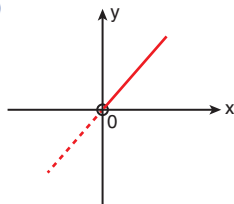


Buna göre; a, b ve c sayılarını sıralayınız.

1. TİP

7) 5

8)



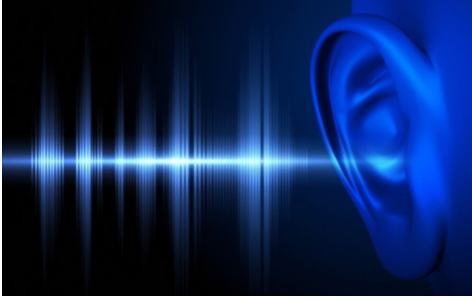
2. TİP

1) $c < b < a$

3. TİP: GERÇEK HAYAT DURUMLARI İLE İLGİLİ ÜSTEL VE LOGARİTMİK FONKSİYON PROBLEMLERİ

1

İnsan kulağının zarar görmeden duyabileceği en büyük ses şiddeti 1 watt/m^2 iken duyarlı olduğu en düşük ses şiddeti $10^{-12} \text{ watt/m}^2$ dir. Bu yüzden insanlar karıncanın ayak seslerini, uzaydaki gezegenlerin veya yıldızların hareketlerinin seslerini duyamazlar.



I : Kaynağın ses şiddeti

I_0 : $10^{-12} \text{ watt/m}^2$

L : Ses düzeyi (dB)

olmak üzere, dB (desibel) türünden ses düzeyi

$$L = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

formülü ile hesaplanır.

Açık havada yapılan bir konserde kullanılan davuldan gelen ses düzeyinin 150 dB olduğu tespit edilmiştir.

Buna göre, davuldan gelen sesin şiddetinin kaç watt/m^2 olduğunu bulunuz.

2

Hidrojen iyonu derişimi matematiksel olarak,

$$\text{pH} = -\log [\text{H}^+]$$

eşitliğinden elde edilmektedir.

Örneğin; oda sıcaklığında saf suyun hidrojen iyonu derişimi 10^{-7} mol/L olduğundan pH değeri

$$\text{pH} = -\log(10^{-7}) = 7 \text{ dir.}$$

O halde bir çözeltinin pH değeri

0 – 7 arasında ise çözelti asidik

7 – 14 arasında ise çözelti bazik

7 ise çözelti nötrdür denir.

Buna göre hidrojen iyonu derişimi $[\text{H}^+] = 2 \cdot 10^{-10} \text{ mol/L}$ olan bir çözeltinin pH değerini bularak asit-bazlığını belirleyiniz.

($\log 2 \approx 0,30103$)

MOZ AKADEMİ

3

Genlik, bir dalganın normal konumundan yükselme ve alçalma mesafesidir. Uzanımın en büyük ve en küçük olduğu konumlar diye tarif edilebilir. Genlik, dalgayı ortaya çıkaran enerjinin miktarına bağlıdır. Dalganın enerjisi artarken genlik de artar. Deprem büyüklüğü artarsa meydana gelen dalga dolayısıyla genlik de artar. Deprem büyüklüğü deprem merkez üssünden 100 km uzaklıktaki sismograf tarafından kaydedilen dalgaların maksimum genliklerinden yararlanılarak hesaplanır.

Mikron cinsinden ölçülen maksimum genliğe d ve depremin Richter ölçeğine göre büyüklüğüne R denirse

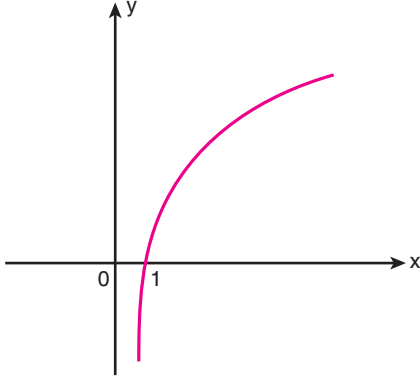
$$R = \log d \text{ ile hesaplanır.}$$

Maksimum genliği 2000 mm olarak ölçülen bir depremin Richter ölçeğine göre büyüklüğünü yaklaşık olarak bulunuz.

($\log 2 \approx 0,301$)

3. TİP	1) 1000	2) 9,699 - bazik	3) 3,301
--------	---------	------------------	----------

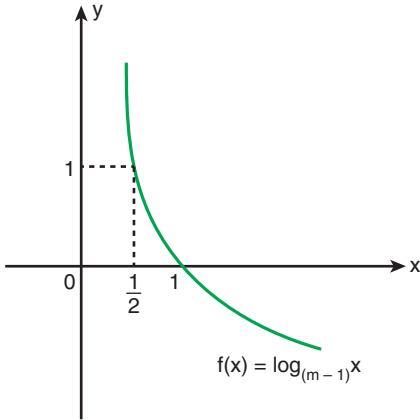
1.



Yukarıda verilen grafik aşağıdaki fonksiyonlardan hangisine ait olabilir?

- A) $y = \log_2 x$ B) $y = \frac{2}{x}$ C) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
D) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^4$ E) $y = 2^x$

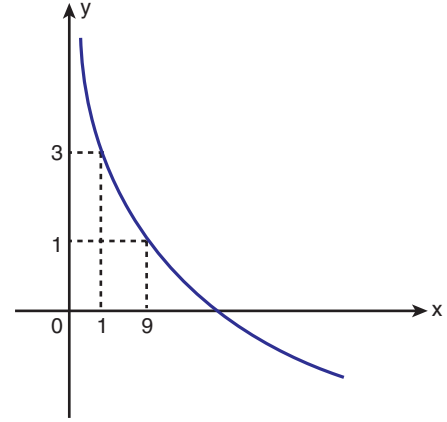
2. Aşağıda $f(x) = \log_{(m-1)} x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f\left(\frac{8m}{3}\right)$ kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) $-\frac{3}{2}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

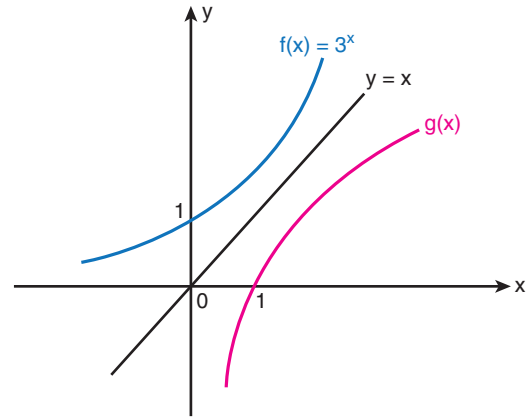
3. Aşağıda $y = f(x) = m + \log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$g(x) = f(x) - 3$ olduğuna göre, $g^{-1}(4)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{81}$ B) $\frac{1}{9}$ C) 9 D) 27 E) 81

4.



Yukarıda gerçekte sayılar kümesinde tanımlı $f(x) = 3^x$ fonksiyonunun $y = x$ doğrusuna göre simetriği olan $g(x)$ fonksiyonu verilmiştir.

Buna göre, $g(27)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

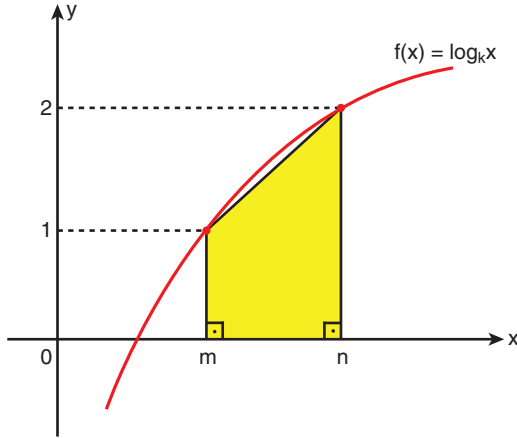
1) A

2) B

3) A

4) B

1. $k > 0$ ve $k \neq 1$ olmak üzere, aşağıda $f(x) = \log_k x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

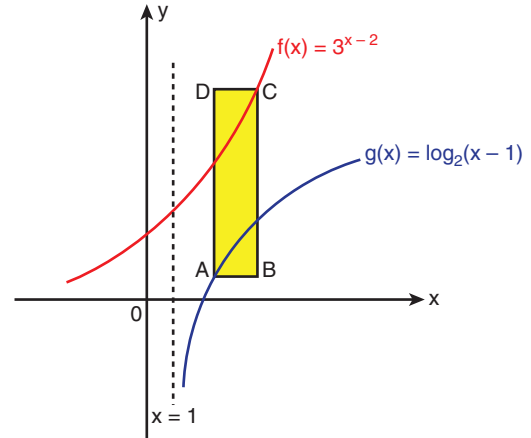


Sarıya boyanmış dik yamuğun alanı 30 birimkaredir.

Buna göre, $k + m - n$ işleminin sonucu kaçtır?

- A) -20 B) -15 C) 10 D) 15 E) 20

3. Aşağıda $f(x) = 3^{x-2}$ ve $g(x) = \log_2(x-1)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



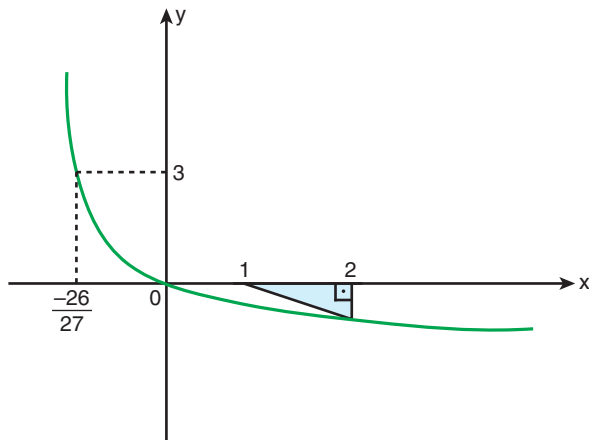
$AB \parallel Ox$, $A(3, k)$ ve $C(p, 27)$

ABCD dikdörtgeninin A köşesi $g(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde, C köşesi $f(x)$ fonksiyonunun grafiği üzerinde birer nokta olduğuna göre, $A(ABCD)$ kaç birimkaredir?

- A) 46 B) 48 C) 50 D) 52 E) 54

MOZ AKADEMİ

2. Aşağıda $f(x) = \log_b(x + a)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, maviye boyalı dik üçgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

4. Patlama büyüklüğüne göre ortaya çıkan enerji miktarı,

B : Patlama büyüklüğü,

E : Enerji (kwh) olmak üzere,

$$B = 0,1 \cdot \log(2E) + 2,4$$

formülüyle hesaplanmaktadır.

Buna göre, 3 birim büyüklüğünde bir patlamada ortaya çıkan enerji kaç kwh'dır?

- A) $5 \cdot 10^5$ B) $4 \cdot 10^5$ C) $5 \cdot 10^4$ D) 10^6 E) $2 \cdot 10^4$

1) B	2) E	3) D	4) A
------	------	------	------

1. a bir gerçel sayı olmak üzere,

$$x^2 + ax + 8 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$\log_4 x_1^2 + \log_4 x_2 = 2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -5 C) -6 D) -7 E) -8

2. a ve b gerçel sayıları için

$$\log_a b + \log_b 3 = 3$$

$$(\log_a b)^2 + (\log_b 3)^2 = 5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) 2 D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{6}$

3. Kremadan tereyağı üretme işleminde üretilen tereyağı miktarı

$$x - \log(10x)$$

işleminin sonucuna eşittir. Bu işlemdeki x değeri kullanılan krema miktarıdır.

Örneğin; 10 kg kremadan

$$10 - \log(10 \cdot 10) = 8 \text{ kg}$$

tereyağı elde edilir. Bu üretimde krema 2 kg fire vermiştir.

Buna göre, 1000 kg krema ile tereyağı üretildiğinde fire oranı yüzde kaç olur?

- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

4. Uç noktaları ardışık tam sayılar olan kapalı aralığa **iyi aralık** denir. Örneğin; $[7, 8]$ iyi aralıktır.

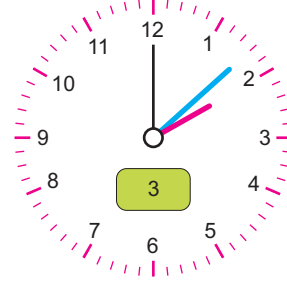
e, doğal logaritmanın tabanı olan sayı olmak üzere, bir dairenin yarıçapı e birim ve alanı S birimkaredir.

$$\ln S = x$$

olduğuna göre, x'i içeren iyi aralığın uç noktalarının toplamı kaçtır?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

5. Bir matematikseverin tasarladığı aşağıdaki duvar saatinde yeşil renkli kutucuğa; dakikayı belirten sayının onluk logaritmasının, saati belirten sayının onluk logaritmasına oranı her an yazılmaktadır.



Örneğin duvar saati şekildeki görünümünde saat 2'yi 8 dakika geçmekte olup bu anda yeşil kutucuğa

$$\frac{\log 8}{\log 2} = \frac{\log 2^3}{\log 2} = \frac{3 \log 2}{\log 2} = 3 \text{ değeri yazılmıştır.}$$

Buna göre, bu yeşil kutucukta 1,5 ondalık sayısı gösterildikten en az kaç dakika sonra 0 sayısı gösterilir?

- A) 1 B) 18 C) 34 D) 47 E) 53

1) C	2) B	3) D	4) A	5) C
------	------	------	------	------

1. TİP: DİZİ TANIMI

Pozitif tam sayılar kümesinden gerçekte sayılar kümesine tanımlanan her fonksiyona **Gerçek Sayı Dizisi** veya **Kısaca Dizi** denir.

$f: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ ve $f(n) = a_n$ olmak üzere,

$\forall n \in \mathbb{Z}^+$ için $f(n) \in \mathbb{R}$ olur.

1. terim $f(1) = a_1$

2. terim $f(2) = a_2$

3. terim $f(3) = a_3$

$\vdots$

n. terim $f(n) = a_n$ şeklinde gösterilir.

n. terim olan a_n terimine **Dizinin Genel Terimi**, n sayısına **Dizinin İndisi** denir. Genel terim dizinin bütün terimlerini üretir.

Genel terimi a_n olan dizi (a_n) olarak gösterilir.

Madem dizi, tanım kümesi $\mathbb{N}^+$ olan bir fonksiyon, o halde bu fonksiyon her bir n pozitif doğal sayısını bir gerçekte sayıya eşler. Bütün dizilerin tanım kümesi $\mathbb{N}^+$ olduğundan, bizi ilgilendiren dizinin görüntü kümesidir. Görüntü kümesindeki elemanların sıralı olarak liste halinde yazılmasıyla dizi gösterilmiş olur.

Yani yukarıdaki diziyi $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots)$ şeklinde gösterebiliriz.

Bundan sonra dizi dediğimiz zaman,

Tanım kümesi $\mathbb{N}^+$, değer kümesi $\mathbb{R}$ olan bir fonksiyon anlaşılmalıdır.

2

Aşağıdakilerden hangileri bir reel sayı dizisinin genel terimi olabilir?

I. $(-1)^n$

II. $\cos n^\circ$

III. $\log(n-1)$

3

Aşağıda terimleri aynı miktarda artan ve azalan (a_n) ve (b_n) dizileri verilmiştir.

$(a_n) = (2, 5, 8, \dots, a_n, \dots)$

$(b_n) = (3, -2, -7, \dots, b_n, \dots)$

Buna göre, (a_n) ve (b_n) dizilerinin genel terimlerini bulunuz.

MOZ AKADEMİ

1

Aşağıdakilerden hangileri bir reel sayı dizisinin genel terimi olabilir?

I. $3n + 1$

II. $\frac{2}{3n-1}$

III. $\frac{n}{n-3}$

4

$(a_n) = ((-1)^n \cdot n)$

dizisinin ilk k teriminin toplamı -1001 olduğuna göre, k kaçtır?

2. TİP: BİR DİZİNİN BAZI TERİMLERİNİ BULMAK

1

$$(a_n) = \left(\frac{7n+8}{n^2+4} \right)$$

dizisinin kaçınıcı terimi $\frac{3}{4}$ 'tür?

2

p bir reel sayı olmak üzere,

$$(a_n) = (7n - 3) \text{ ve}$$

$$(b_n) = (6n + 8)$$

dizileri veriliyor.

p sayısı verilen iki dizinin de terimi olduğuna göre, p en az kaçtır?

3

$$(a_n) = \left(\frac{n+2}{n} \right)$$

dizisinin ilk 5 teriminin çarpımı kaçtır?

4

$$(a_n) = \left(\frac{2^{n+1}}{n!} \right)$$

dizisinin 9. teriminin 7. terimine oranı kaçtır?

3. TİP: BİR DİZİNİN POZİTİF, NEGATİF VEYA TAM SAYI OLAN TERİMLERİNİ BULMAK

1

$$(a_n) = \left(\frac{3n-15}{n} \right)$$

dizisinin negatif tam sayı olan terimlerinin toplamı kaçtır?

2

$$(a_n) = \left(\frac{n^2-5n-6}{n+2} \right)$$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

3

$$(a_n) = \left(\frac{-n^2+4n+12}{2n-3} \right)$$

dizisinin kaç terimi pozitifdir?

4

Genel terimi, $a_n = \frac{5n-28}{n+1}$ olan (a_n) dizisinin kaç terimi 2'den küçüktür?

2. TİP	1) 10	2) 32	3) 21	4) $\frac{1}{18}$
--------	-------	-------	-------	-------------------

3. TİP	1) -14	2) 5	3) 4	4) 9
--------	--------	------	------	------

5

$$(a_n) = (\log_2(n + 2))$$

dizisinin kaç terimi 3'ten küçüktür?

6

$$(a_n) = (n^2 - 5n + 10)$$

dizisinin en küçük terimi kaçtır?

7

$$P_1 = 2, P_2 = 3, P_3 = 5, \dots$$

olmak üzere,

$$(P_n) = \{2, 3, 5, \dots\}$$

asal sayılar dizisi veriliyor.

Buna göre, $P_1 + P_2 + \dots + P_n$ toplamının sonucu bir asal sayı olmadığına göre, n 'in alabileceği en küçük çift sayı değeri kaçtır?

4. TİP: SONLU DİZİ

$k \in \mathbb{Z}^+$ ve $A_k = \{1, 2, 3, \dots, k\} \subseteq \mathbb{Z}^+$ olmak üzere tanım kümesi A_k olan her fonksiyona **Sonlu Dizi** denir.

Örneğin; (2, 4, 6, 8) dizisi 4 terimli bir sonlu dizidir.

1

Genel terimi,

$$a_n = \frac{3n + 8}{n - 10}$$

olan bir sonlu dizi tanımlanacaktır.

Buna göre, bu dizi en çok kaç elemanlıdır?

2

Tanım kümesi $\{1, 2, 3, 4\}$ olan,

$$(a_n) = (-1)^n \cdot (2n - 1)$$

sonlu dizisini yazınız ve grafiğini çiziniz.

3

$$A_{14} = \{1, 2, 3, 4, \dots, 14\} \text{ ve}$$

$$f(n) : A_{14} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(n) = \log_{(n+1)}(n+2)$$

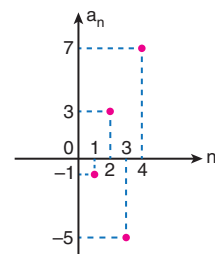
olmak üzere, $a_n = f(n)$ ise (a_n) dizisinin tüm terimlerinin çarpımı kaçtır?

4. TİP

1) 9

2) $(a_n) = (-1, 3, -5, 7)$

3) 4



3. TİP	4) 9	5) 5	6) 4	7) 8
--------	------	------	------	------

5. TİP: PARÇALI BİÇİMDE İFADE EDİLEN DİZİLER

1

Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} 2n + 1, & n < 5 \\ n^2 + 1, & 5 \leq n < 12 \\ 5, & n \geq 12 \end{cases}$$

olan dizinin en büyük terimi ile en küçük teriminin toplamı kaçtır?

2

(a_n) bir dizi olmak üzere,

$$a_1 = 9 \text{ ve } a_{n+1} = \begin{cases} 3a_n + 1, & a_n \text{ tek ise} \\ \frac{a_n}{2}, & a_n \text{ çift ise} \end{cases}$$

olduğuna göre, a_{11} kaçtır?

3

(a_n) bir dizidir.

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ ve k bir tam sayı olmak üzere,

$$a_n = \begin{cases} 3n + 2, & n = 3k \\ 2^{n+1}, & n = 3k + 1 \\ n^2 - 3, & n = 3k + 2 \end{cases}$$

şeklinde tanımlanıyor.

Buna göre, $a_3 + a_4 - a_5$ işleminin sonucu kaçtır?

6. TİP: GENEL TERİMİ VEYA İNDİRGEME BAĞINTISI VERİLEN BİR SAYI DİZİSİNİN TERİMLERİ

Bir terimi kendinden önceki bir veya birkaç terim cinsinden tanımlanabilen dizilere **İndirgemeli Dizi**, tanımlamalı bağıntısına da **İndirgeme Bağıntısı** denir.

Genel olarak, indirgemeli dizilerden dizinin genel terimini bulmadan, verilen terimlerden yola çıkarak istenen terimler bulunur.

Örneğin; $(a_n) = (2n - 1)$ dizisi için

$$a_{n+1} = 2(n + 1) - 1 = 2n + 1$$

$$a_{n+1} = 2n + 1$$

$$\begin{array}{r} - a_n = 2n - 1 \\ \hline a_{n+1} - a_n = 2 \end{array}$$

şeklinde bir indirgeme bağıntısı elde edilir.

1

Genel terimi a_n olan bir dizide,

$a_1 = 10$ ve her $n \geq 2$ için

$$a_n - a_{n-1} = (-1)^n$$

olduğuna göre, a_{18} kaçtır?

2

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için genel terimi

$$a_{n+1} = a_n + 2n$$

olan dizide $a_1 = 5$ olduğuna göre, a_{21} kaçtır?

3

Bir (a_n) dizisinin ilk üç teriminin toplamı 32'dir.

$$a_{n+1} - a_n = 6$$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin ilk terimi kaçtır?

5. TİP	1) 125	2) 13	3) 21
--------	--------	-------	-------

6. TİP	1) 11	2) 425	3) $\frac{14}{3}$
--------	-------	--------	-------------------

4

Genel terimi a_n olan bir dizide,

$$a_1 = 16 \text{ ve } \frac{a_{n+1}}{a_n} = 2^n$$

olduğuna göre, a_{10} kaçtır?

5

Bir (a_n) dizisinde $a_1 = 9$ ve her $k \geq 1$ için

$$a_{k+1} = 3 \cdot a_k$$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin genel terimini bulunuz.

6

(a_n) dizisi için,

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = -1 \text{ ve}$$

$$\text{her } n \in \mathbb{N}^+ \text{ için } a_{n+2} = a_{n+1} \cdot a_n$$

olmak üzere, (a_n) dizisinin ilk 28 terim toplamı kaçtır?

7. TİP: SABİT DİZİ

Tanım kümesi $\mathbb{N}^+$ olan her sabit fonksiyona **Sabit Dizi** denir.

$$(2, 2, 2, \dots, 2, 2, \dots) = (2)$$

$$(\sqrt{5}, \sqrt{5}, \sqrt{5}, \dots, \sqrt{5}, \dots) = (\sqrt{5})$$

$$(0, 0, 0, \dots, 0, \dots, 0) = (0) \text{ (Sıfır dizisi)}$$

Sabit dizi bütün elemanları birbirine eşit olan dizi şeklinde de tanımlanabilir.

Yani, c sabit bir gerçektek sayı olmak üzere,

$$a_1 = a_2 = a_3 = \dots = a_n = \dots = c$$

oluyorsa (a_n) sabit dizisidir.

1

Aşağıdakilerden hangileri sabit bir dizedir?

I. $(\sin n\pi)$

II. $((-1)^{2n})$

III. $(|-n| - n)$

2

Genel terimi,

$$a_n = (3p - 2) \cdot n + 6p + 7$$

olan dizi sabit bir dizedir.

Buna göre, a_9 kaçtır?

3

k bir gerçektek sayıdır.

$$(a_n) = \left(\frac{6n + 1}{3kn + 6} \right)$$

dizisi sabit bir dizedir.

Buna göre, $\frac{k}{a_3}$ oranı kaçtır?

6. TİP 4) 2^{49} 5) 3^{n+1} 6) -8

7. TİP 1) I, II ve III 2) 11 3) 72

8. TİP: DİZİLERİN EŞİTLİĞİ

(a_n) ve (b_n) iki dizi olsun.

Her $n \in \mathbb{N}^+$ için $a_n = b_n$ (aynı indise sahip terimler kendi aralarında eşit) ise (a_n) ve (b_n) dizilerine **Eşit Diziler** denir.

Doğal olarak birbirine eşit iki dizinin genel terimleri de birbirine eşittir.

1

$$(a_n) = ((n + 3)^2) \text{ ve}$$

$$(b_n) = (n^2 + k \cdot n + p)$$

dizileri eşit olduğuna göre, $p + k$ toplamı kaçtır?

2

$$(a_n) = \left(\frac{n^2 + 4n + 1}{n + 2} \right) \text{ ve } (b_n) = \left(\frac{k}{n + 2} + n + 2 \right)$$

dizileri eşit olduğuna göre, k kaçtır?

3

$$\text{I. } (a_n) = (\cos(2n\pi)), (b_n) = (1)$$

$$\text{II. } (c_n) = (\sin(n\pi)), (d_n) = (0)$$

$$\text{III. } (e_n) = (-1)^n, (f_n) = (\cos(n\pi))$$

Yukarıda verilen dizi çiftlerinden hangileri birbirine eşittir?

9. TİP: BİR DİZİNİN İLK n TERİM TOPLAMI

Bir dizinin ilk n terim toplamı S_n olmak üzere,

$$S_{n+1} = \overbrace{a_1 + a_2 + \dots + a_n}^{S_n} + a_{n+1}$$

$$S_{n+1} - S_n = a_{n+1} \text{ olur.}$$

1

(a_n) reel sayı dizisinin ilk n terim toplamı

$$S_n = 3n^2 - 4 \text{ tür.}$$

Buna göre, a_5 kaçtır?

2

Bir dizinin ilk n terim toplamı S_n olmak üzere,

$$S_n = (n + 1)^2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $a_8 + a_9$ toplamı kaçtır?

3

Bir dizide her terim beş sonraki terime eşittir. Bu dizinin ilk on iki teriminin toplamı 23, ilk elli iki teriminin toplamı 35'tir.

Buna göre, bu dizinin ilk altmış iki teriminin toplamı kaçtır?

8. TİP	1) 15	2) -3	3) I, II ve III
--------	-------	-------	-----------------

9. TİP	1) 27	2) 36	3) 38
--------	-------	-------	-------

1. Genel terimi $a_n = 2n - 3$ olan dizinin ardışık iki teriminin çarpımı 195 olduğuna göre, bu terimlerin toplamı kaçtır?

A) 20 B) 24 C) 28 D) 32 E) 36

2. $(a_n) = (n + 3)$ ve $(b_n) = (a_{n+2} - a_n)$ dizileri veriliyor.

Buna göre, $\frac{b_{10}}{a_5}$ oranı kaçtır?

A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

3. $(a_n) = (3n - 6)$ dizisinin iki teriminden biri diğerinin hem 4 katına hem de 2 katının 18 fazlasına eşittir.

Buna göre, bu iki terimden küçük olanı dizinin kaçınıcı terimidir?

A) 9 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

4. Genel terimi $a_n = n^2 - 6n$ olan bir dizide $a_{n+1} < a_n$ eşitsizliğini sağlayan kaç tane n değeri vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

5. $(a_n) = \left(\frac{20}{(m-2) \cdot n + 2m} \right)$

dizisinin tüm terimleri bir tam sayıdır.

Buna göre, $a_{2021} + m$ toplamı kaçtır?

A) 22 B) 20 C) 18 D) 10 E) 7

6. Genel terimi,

$$a_n = \begin{cases} 5n - 24, & n \geq 6 \\ 6n - 11, & n < 6 \end{cases}$$

olan dizinin kaçınıcı terimi 1'dir?

A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

1. $(a_n) = (4n + 3)$ ve $(b_n) = (5n + 4)$

dizilerinin 10 ile 100 arasında kaç tane ortak terimi vardır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

2. $(a_n) = (n^2 - 6n - 6)$

dizisinin terimleri kaçınıcı terimden itibaren 1'den büyüktür?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

3. $(a_n) = (1 + 2 + 3 + \dots + n)$

dizisinin 15. terimi kaçtır?

- A) 132 B) 130 C) 124 D) 120 E) 112

4. Genel terimi,

$$a_n = \frac{3n - 1}{2n + 1}$$

olan dizinin kaçınıcı terimi $\frac{4}{3}$ 'tür?

- A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) 7

5. (a_n) dizisinde $a_1 = 1$ dir.

$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ olmak üzere,

$$a_{n+1} = \frac{S_n}{n+1}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, S_{21} kaçtır?

- A) 13 B) 12,5 C) 12 D) 11,5 E) 11

6. Bir sınıfta, öğrenci numaraları 1, 2, 3, ..., 20 ardışık sayılarından farklı biri olan 20 tane öğrenci vardır. Bir öğretmen bu sınıftaki her bir öğrenciye ödev sorular vermiştir. Öğretmen, hangi öğrenciye kaç ödev soru verdiğini aşağıda tanımladığı dizi ile not etmiştir.

s_n ; n numaralı öğrenciye verilen ödev soru sayısı olmak üzere,

$$s_n = \begin{cases} 2^n, & n \text{ tek sayı} \\ s_{n-1}, & n \text{ çift sayı} \end{cases}$$

Buna göre, numaraları ardışık iki sayma sayısı olan iki öğrenciye verilen ödev sayıları toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 4^5 B) 4^{10} C) $10 \cdot 4^3$
D) $10 \cdot 4^7$ E) $10 \cdot 4^9$

1) B	2) E	3) D	4) E	5) E	6) E
------	------	------	------	------	------

1. $(a_n) = \left(\frac{9n+10}{n+2} \right)$

dizisinin tam sayı olan terimlerinin toplamı kaçtır?

- A) 16 B) 15 C) 14 D) 13 E) 12

2. $(a_n) = \left(\frac{(p-4) \cdot n^2 + 5}{p} \right)$

sabit dizisinin ilk 16 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 25 B) 20 C) 16 D) 15 E) 10

3. I. $\sqrt{n-2}$

II. $\frac{n}{3n-6}$

III. $\log(n+1)$

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri bir dizinin genel terimi olabilir?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
-
- D) Yalnız III E) II ve III

4. $a_1 = 3$ ve $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için genel terimi a_n olan (a_n) dizisi için,

$$a_{n+1} = \frac{3a_n + 7}{3}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a_{34} kaçtır?

- A) 83 B) 82 C) 81 D) 80 E) 79

5. (a_n) bir dizidir.

- $a_1 = 2$
- $a_n = 3 \cdot a_{n-1}, n \leq 3$
- $a_n = a_{n-1} + 4, n > 3$

olduğuna göre, a_9 kaçtır?

- A) 34 B) 36 C) 38 D) 40 E) 42

6. p ve q birer pozitif tam sayıdır.

- $a_1 = 2$
- $a_{p+q} = a_p + a_q + p \cdot q$

eşitlikleri sağlandığına göre, a_6 kaçtır?

- A) 33 B) 31 C) 29 D) 27 E) 25

1. Bir (a_n) dizisinin ilk dört teriminin toplamı 46'dır.

$$a_{n+1} - a_n = 9$$

olduğuna göre, (a_n) dizisinin üçüncü terimi kaçtır?

- A) 18 B) 16 C) 14 D) 12 E) 8

2. (a_n) dizisinin ilk n teriminin toplamı S_n ile gösterilmektedir.

$$S_n = (n + 1)!$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) 60 B) 72 C) 96 D) 114 E) 120

3. $(a_n) = (n^2 - 3n - 3)$

dizisinin en küçük terimi kaçtır?

- A) -7 B) -6 C) -5 D) -4 E) -3

4. $(a_n) = \left(\frac{3n - 45}{n + 1} \right)$

dizisi veriliyor.

Bu diziyi tam sayı yapan değerler A kümesini, negatif yapan değerler de B kümesini oluşturmaktadır.

Buna göre, $s(A \cap B)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

5. $(a_n) = (1 + 2 + 3 + \dots + n)$

$$(b_n) = m \cdot n^2 + k \cdot n$$

dizileri veriliyor.

$(a_n) = (b_n)$ olduğuna göre, $m \cdot k$ çarpımı kaçtır?

- A) 4 B) 2 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

6. (a_n) bir dizidir.

$$a_{n+3} = a_{n+2} \cdot a_n$$

eşitlikleri veriliyor.

$$a_1 = a_2 = 1 \text{ ve } a_3 = -1$$

olduğuna göre, bu dizinin ilk 49 terim toplamı kaçtır?

- A) -14 B) -12 C) -10 D) -7 E) -6

1) B	2) C	3) C	4) C	5) E	6) D
------	------	------	------	------	------

1. TİP: ARİTMETİK DİZİ TANIMI

Ardışık terimleri arasındaki fark sabit olan dizilere **Aritmetik Dizi** denir. Sabit olan farka da **Dizinin Ortak Farkı** denir.

$\forall \in \mathbb{N}^+$ için,

$$a_{(n+1)} - a_n = r \rightarrow \text{ortak fark } (r \in \mathbb{R})$$

$$a_{100} - a_{99} = a_{89} - a_{88} = a_{15} - a_{14} = a_7 - a_6 = r \text{ olur.}$$

$$\begin{array}{l} a_2 - a_1 = r \\ a_3 - a_2 = r \\ a_4 - a_3 = r \\ a_5 - a_4 = r \\ \vdots \\ a_n - a_{(n-1)} = r \end{array} \quad (n-1) \text{ tane}$$

$$+ \quad a_n - a_{(n-1)} = r$$

$$a_n - a_1 = (n-1) \cdot r$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

1

Genel terimi $a_n = 2 - 3n$ olan bir aritmetik dizinin ortak farkı kaçtır?

2

Bir aritmetik dizinin ikinci terimi -2 , onbeşinci terimi 37 'dir.

Buna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

3

İlk terimi -5 ve ortak farkı 2 olan bir aritmetik dizinin baştan kaçınıcı terimi 13 'tür?

4

(a_n) bir aritmetik dizidir.

$$a_{11} - a_3 = 48$$

olduğuna göre, $a_{13} - a_5$ kaçtır?

5

$$(a_n) = ((m-3)n^2 + 4n + m)$$

dizisi aritmetik dizidir.

Buna göre, a_6 kaçtır?

6

(a_n) ve (b_n) ilk terimleri aynı olan birer aritmetik dizidir.

(a_n) dizisinin ortak farkı, (b_n) dizisinin ortak farkının 2 katına eşittir.

Buna göre, (a_n) dizisinin 5 . terimi (b_n) dizisinin kaçınıcı terimidir?

7

$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

denkleminin kökleri terimleri artan bir aritmetik dizinin üçüncü ve yedinci terimidir.

Buna göre, bu dizinin ilk terimi kaçtır?

8

9 terimli bir aritmetik dizide ilk üç terimin toplamı $\frac{5}{3}$ ve son üç terimin toplamı 3 'tür.

Buna göre, bu dizinin ortak farkı kaçtır?

1. TİP	1) -3	2) -5	3) 10	4) 48	5) 27	6) 9	7) -3	8) $\frac{2}{27}$
--------	---------	---------	---------	---------	---------	--------	---------	-------------------

9

Bir aritmetik dizide,

$$a_{13} = 2a_7 - 4 \text{ ve}$$

$$a_{18} = 55$$

olduğuna göre, a_{12} kaçtır?

10

$$(a_n) = (7, 13, 19, \dots)$$

aritmetik dizisinde 200'den büyük en küçük terim kaçınıcı terimdir?

11

$$(\log 3, \log 12, \log 48, \dots)$$

dizisi ortak farkı r olan aritmetik bir dizinin ardışık üç terimidir.

$$a_{21} = m \text{ olduğuna göre, } \frac{10^{m-r}}{4^{18}} \text{ oranı kaçtır?}$$

12

 (a_n) bir aritmetik dizi,

$$a_1 + a_8 = 16$$

$$a_3 + a_{10} = 24$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_6 kaçtır?

2. TİP: ARAYA TERİM YERLEŞTİRME

a ve b sayıları arasına bu sayılarla beraber bir aritmetik dizi oluşturacak biçimde n tane sayı yerleştirilirse elde edilen $n + 2$ tane terimin ortak farkı

$$r = \frac{b-a}{n+1} \text{ olur.}$$

1

5 ile 47 arasına bu sayılarla aritmetik dizi oluşturacak şekilde 13 terim daha yerleştirildiğinde baştan 7. terim kaç olur?

2

12 ile 42 sayıları arasına bu sayılarla birlikte aritmetik dizi oluşturacak şekilde 8 terim yerleştirilirse 4. terim kaç olur?

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

1. TİP	9) 37	10) 34	11) 12	12) 11
--------	-------	--------	--------	--------

2. TİP	1) 23	2) 22
--------	-------	-------

3. TİP: BİR TERİME EŞİT UZAKLIKTA OLAN TERİMLER

(a_n) bir aritmetik dizi olsun.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$$

$$\text{Yani, } 2a_n = a_{n-1} + a_{n+1}$$

Bir terim, bir sağındaki ve bir solundaki terimlerin aritmetik ortalamasıdır.

Daha genel olarak bir terim kendisine eş uzaklıkta bulunan iki terimin aritmetik ortalamasıdır.

$$\text{Yani, } a_n = \frac{a_{n-p} + a_{n+p}}{2}, n > p$$

$$2a_n = a_{n-p} + a_{n+p}$$

$$\text{Örneğin; } a_8 = \frac{a_1 + a_{15}}{2} = \frac{a_5 + a_{11}}{2} = \frac{a_9 + a_7}{2}$$

1

(a_n) aritmetik dizisinde,

$$a_1 + a_{49} = 60$$

olduğuna göre, a_{25} kaçtır?

2

(a_n) bir aritmetik dizidir.

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 30$$

olduğuna göre, a_3 kaçtır?

3

(a_n) bir aritmetik dizidir.

$$a_3 + a_6 = 31 \text{ ve}$$

$$a_4 + a_7 = 37$$

olduğuna göre, $a_8 + a_2$ toplamı kaçtır?

4

Bir beşgenin iç açıları aritmetik bir dizinin ardışık beş terimidir.

Beşgenin en küçük iç açısı 52° olduğuna göre, en büyük iç açısı kaç derecedir?

5

(a_n) ve (b_n) iki aritmetik dizilerinin ortak farkları sırasıyla 4 ve 6'dır.

$$a_4 + b_n = a_{10} + b_{12}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

6

c bir gerçel sayıdır.

$$x^2 - 3x + c = 0$$

ikinci dereceden denklemin diskriminantı Δ , gerçel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Δ , x_1 , x_2 bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık üç terimi olduğuna göre, $3x_1 + 4c$ toplamı kaçtır?

3. TİP	1) 30	2) 6	3) 34	4) 164	5) 16	6) 12
--------	-------	------	-------	--------	-------	-------

4. TİP: BİR ARİTMETİK DİZİNİN ARDIŞIK ÜÇ TERİMİ

1

$$x + 1, 2x - 3, 5x - 11$$

bir aritmetik dizinin sırasıyla ilk üç terimidir.

Buna göre, bu dizinin genel terimini bulunuz.

2

$\binom{n}{r}$: "n'nin r'li kombinasyonu."

$\binom{n}{1}, \binom{n}{2}$ ve $\binom{n}{3}$ sırasıyla bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, n kaçtır?

3

$$\log 2, \log 3 \text{ ve } \log x$$

aritmetik bir dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, x kaçtır?

4

x, y ve $z \in \mathbb{R}$ ve

x, y, z sayıları bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık üç terimidir.

I. $x - 2, y, z + 2$

II. $3x, 4y, 5z$

III. $x + y, x + z, y + z$

İfadelerinden hangileri bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık üç terimi olabilir?

5

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = 2x + k$$

fonksiyonu için,

$$f(2n + 1), f(2n) + 1, 2 \cdot f(n) + 1$$

ifadeleri $\forall n \in \mathbb{Z}$ için bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık üç terimidir.

Buna göre, k değeri kaçtır?

4. TİP

1) $5 - 2n$

2) 7

3) $\frac{9}{2}$

4) I-II-III

5) -1

5. TİP: ARİTMETİK DİZİ PROBLEMLERİ

1

Haftanın Günleri	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
Yüzülen Mesafe (m)		4800				6000	

Bir yüzücü için Pazartesi gününden itibaren her bir gün yüzülen mesafe bir önceki günden fazla ve aritmetik bir dizi oluşturacak şekildedir.

Buna göre, yüzücü Perşembe günü kaç metre yüzmüştür?

2

Bir baba 90 m² lik bahçesini üç çocuğuna hobi bahçesi yapmaları için aşağıdaki gibi bölmüştür.

En büyük çocuk en küçük çocuğun $\frac{7}{8}$ 'ini almıştır. Sırasıyla

küçük, ortanca ve büyük çocukların aldığı kısımların m² cinsinden değerleri bir aritmetik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, en küçük çocuk kaç m² yer almıştır?

3

Bir şirkette çalışanların en küçüğü 1996 yılında en büyüğü 1972 yılında doğmuştur.

Şirkette çalışanların yaşları, ortak farkı 3 olan bir aritmetik dizi oluşturduğuna göre, bu şirkette çalışan kaç kişi vardır?

4

Yapımı yeni tamamlanmış bir inşaatda elektrikçi ve suçu çalışmaktadır.

Elektrikçi 1, 3, 5, 7, ... şeklinde aritmetik dizi oluşturan kat numaralarında, suçu ise 1, 4, 7, 10, ... şeklinde aritmetik dizi oluşturan kat numaralarında tadilat yapacaklardır.

Elektrikçi ve sucunun biri inşaatın en üst katı olmak üzere, toplam 20 katta birlikte çalıştıklarına göre, binadaki toplam kat sayısı kaçtır?

5

Bir futbol takımındaki forma numaralarının en küçüğü 11 ve en büyüğü 43 olup aritmetik bir dizinin terimleridir. Takımdaki 4 oyuncu sakatlanınca geriye kalan oyuncuların forma numaraları ortak farkı başlangıçtaki dizinin ortak farkının 2 katı olan yine aritmetik bir dizi oluşturmuştur.

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

11 ve 43 forma numaralı oyuncuların sakatlanmadığı bilindiğine göre, başlangıçta takım kaç kişiden oluşmaktaydı?

6

Nesrin, yeteri kadar parçası olan bir yapbozun yapımını 11 günde tamamlamıştır.

Nesrin 1. gün 40 parça, 1. günden 11. günün sonuna kadar günlük yerleştirdiği parça sayısının bir aritmetik dizinin terimleri olduğunu görmüştür.

Nesrin'in 3. gün yerleştirdiği parça sayısı 7. gün yerleştirdiği parça sayısının %50'sine eşit olduğuna göre, Nesrin'in son gün yerleştirdiği parça sayısı kaçtır?

5. TİP	1) 5400	2) 32	3) 9	4) 115	5) 9	6) 240
--------	---------	-------	------	--------	------	--------

6. TİP: ARİTMETİK DİZİNİN İLK n TERİM TOPLAMI S_n (a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere, (a_n) dizisinin ilk n terimi toplamı,

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = n \cdot \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) \text{ olur.}$$

Ayrıca,

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r$$

$$S_n = n \cdot \left(\frac{a_1 + a_n}{2} \right) = n \cdot \left(\frac{a_1 + a_1 + (n - 1) \cdot r}{2} \right)$$

$$S_n = n \cdot \left(\frac{2a_1 + (n - 1) \cdot r}{2} \right) \text{ olur.}$$

1

Genel terimi $a_n = 3n + 5$ olan aritmetik dizinin ilk 17 teriminin toplamı kaçtır?

2

Bir aritmetik dizinin ilk n terim toplamı,

$$S_n = 3n^2 - 2n$$

eşitliği ile verilmiştir.

Buna göre, dizinin ilk terimi ile ortak farkının toplamı kaçtır?

3

Ortak farkı 2 olan bir aritmetik dizi 15 tam sayıdan oluşmaktadır.

Bu 15 tam sayının aritmetik ortalaması 46 olduğuna göre, en büyüğü kaçtır?

4

$$\{2, 5, 8, \dots, 59\}$$

kümesinin elemanları bir aritmetik dizi oluşturmaktadır.

Bu kümeden yine bir aritmetik dizi oluşturan üç terim çıkarıldığında geriye kalan terimlerin toplamı 541 olmaktadır.

Buna göre, çıkarılan terimlerin ortancası kaçtır?

5

Bir aritmetik dizinin 5. terimi ile 12. teriminin toplamı 25'dir.

Buna göre, bu dizinin ilk 16 teriminin toplamı kaçtır?

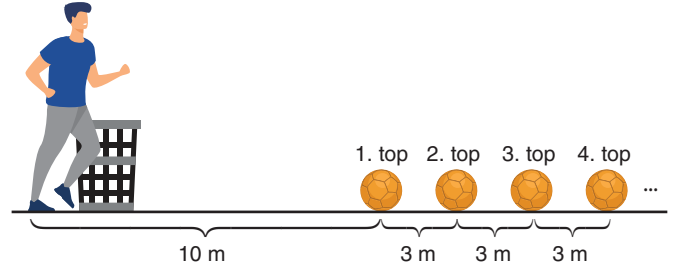
6

Bir aritmetik dizinin ilk terimi a_1 ve ortak farkı r'dir.

Dizinin ilk 10 teriminin toplamı ilk 4 teriminin toplamının $\frac{3}{2}$

katına eşit olduğuna göre, $\frac{a_1}{r}$ oranı kaçtır?

7



20 tane topun bulunduğu bir yarışmada ardışık iki top arası 3 metre ve Bora'nın 1. topa olan uzaklığı 10 metredir.

Bora, yarışmada önce 1 numaralı topu alıp geri gelerek sepete atacak, daha sonra 2 nolu topu alıp geri gelerek sepete atacak ve bu işlem Bora 20 topu sepete koyduğunda yarışma tamamlanacaktır.

Buna göre, yarışma sonunda Bora kaç metre yol almış olur?

6. TİP	1) 544	2) 7	3) 60	4) 23	5) 200	6) -9	7) 1540
--------	--------	------	-------	-------	--------	-------	---------

1. İlk terimi 15 ve ortak farkı -2 olan bir aritmetik dizinin 12. terimi kaçtır?

A) -9 B) -8 C) -7 D) -6 E) -5

2. (a_n) , aritmetik bir dizidir.

$$a_{10} = -12$$

$$a_{24} = 44$$

olduğuna göre, dizinin ortak farkı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. İlk terimi 64 ve ortak farkı -6 olan bir aritmetik dizinin genel terimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $74n - 10$ B) $70n - 6$ C) $74 - 10n$
D) $73 - 9n$ E) $70 - 6n$

4. $(a_n) = ((k - 3) \cdot n^2 + 5n + 1)$
dizisi aritmetik bir dizidir.

Buna göre, a_k kaçtır?

A) 20 B) 19 C) 18 D) 17 E) 16

5. (a_n) , bir aritmetik dizidir.

$$a_2 + a_5 + a_8 = 42$$

olduğuna göre, a_5 kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 12 D) 14 E) 21

6. Bir aritmetik dizinin sırasıyla ardışık üç terimi pozitif tam sayılar olan a , b ve c 'dir.

$$a + b + c = 48$$

olduğuna göre, c 'nin alabileceği en büyük değer kaçtır?

A) 28 B) 29 C) 30 D) 31 E) 32

7. 5 ve 9 sayılarının arasına bu sayılarla aritmetik bir dizi oluşturacak şekilde 11 terim yerleştiriliyor.

Buna göre, 5 sayısından sonra gelecek olan terim kaçtır?

A) $\frac{20}{3}$ B) $\frac{19}{3}$ C) 6 D) $\frac{17}{3}$ E) $\frac{16}{3}$

8. Genel terimi $a_n = 3n + 1$ olan bir aritmetik dizinin ilk 20 teriminin toplamı kaçtır?

A) 660 B) 650 C) 640 D) 630 E) 620

1. (a_n) , bir aritmetik dizidir.

$$a_6 + a_{10} = 24$$

olduğuna göre, dizinin ilk 15 teriminin toplamı kaçtır?

- A) 195 B) 190 C) 185 D) 180 E) 175

2. Bir aritmetik dizinin ilk n teriminin toplamı S_n olmak üzere,

$$S_n = (n^2 + 2n)$$

olduğuna göre, bu dizinin 10. terimi kaçtır?

- A) 22 B) 21 C) 20 D) 19 E) 18

3. $-15, -12$ ve -9 sayıları aritmetik bir dizinin ardışık üç terimidir.

Bu aritmetik dizinin terimlerinin toplamının 270 olması için diziye -9 sayısından sonra kaç tane terim daha eklenmelidir?

- A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

4. $(a_n) = \left(\frac{\pi}{9}, \frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{9}, \dots \right)$

dizisi aritmetik bir dizidir.

Buna göre, $\cos(a_{20})$ kaçtır?

- A) $\frac{-\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{-1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. Bir sayı dizisinde son terimin ilk terime bölümü 1000'dir.

Bu dizideki terimlerin 10 tabanında logaritmaları alındığında ortak farkı $\frac{1}{2}$ olan aritmetik bir dizi elde edilmiştir.

Buna göre, bu dizinin kaç terimi vardır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

6. Bir tüketici faiz ve masraflar da dahil olmak üzere bankadan 7 taksitle ödeyeceği 18.200 lira kredi almıştır.

Tüketicinin taksitleri, terimleri azalan bir aritmetik dizi oluşturacak şekilde düzenlenmiştir.

Tüketicinin bankaya ödediği 2. taksit 3800 lira olduğuna göre, her taksit bir öncekinden kaç lira eksiktir?

- A) 700 B) 650 C) 600 D) 500 E) 400

1) D	2) B	3) B	4) A	5) D	6) C
------	------	------	------	------	------

1. Bir aritmetik dizide dördüncü terimin dört katı, yedinci terimin 7 katına eşittir.

Buna göre, bu dizinin onbirinci terimi kaçtır?

- A) -11 B) -7 C) -4 D) -3 E) 0

2. (a_n) bir aritmetik dizi olmak üzere,

$$a_1 = 24 \text{ ve } a_2 = 20 \text{ dir.}$$

Buna göre,

- I. (a_n) dizisinin ilk dört terim toplamı 72'dir.
II. (a_n) dizisinin ilk dokuz terim toplamı 72'dir.
III. (a_n) dizisinin yedinci terimi sıfırdır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

3. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı S_n ile ifade ediliyor.

$$S_{2n} = 3 \cdot S_n$$

olduğuna göre,

$$S_{3n} = x \cdot S_n$$

eşitliğinde x reel sayısı kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 9 E) 12

4. (a_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı S_n , (b_n) aritmetik dizisinin ilk n terim toplamı K_n ile ifade ediliyor.

$$\frac{S_n}{K_n} = \frac{7n + 1}{4n + 27}$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\frac{a_{11}}{b_{11}}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) 1

1. TİP: GEOMETRİK DİZİ TANIMI

Ardışık iki teriminin oranı hep aynı sabit sayıya eşit olan dizilere **Geometrik Dizi** denir.

Kısaca,

$\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = r \quad (r \in \mathbb{R}) \text{ dir.}$$

a_1 dizinin ilk terimi, r ise dizinin ortak çarpanıdır.

$$\frac{a_{100}}{a_{99}} = \frac{a_{51}}{a_{50}} = \frac{a_{18}}{a_{17}} = \frac{a_5}{a_4} = \frac{a_{k+1}}{a_k} = r$$

Buradan hareketle,

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 \cdot r$$

$$a_3 = a_2 \cdot r = a_1 \cdot r \cdot r = a_1 \cdot r^2$$

$$a_4 = a_3 \cdot r = a_1 \cdot r^2 \cdot r = a_1 \cdot r^3$$

$$a_5 = a_4 \cdot r = a_1 \cdot r^3 \cdot r = a_1 \cdot r^4$$

$$\vdots$$

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1} \text{ olur.}$$

Bu ifadeye ilk terimi a_1 ve ortak çarpanı r olan geometrik dizinin genel terimi denir.

1

Bir geometrik dizinin ilk terimi 2^{10} ve ortak çarpanı 2 olduğuna göre, dizinin 7. terimi kaçtır?

2

Bir geometrik dizide,

$$a_1 = 3 \text{ ve } a_9 = 12$$

olduğuna göre, a_5 kaçtır?

3

(a_n) bir geometrik dizi,

$$a_3 \cdot a_8 = 48 \text{ ve } a_6 = 12 \text{ dir.}$$

Buna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

4

(a_n) dizisi tüm terimleri pozitif olan bir geometrik dizidir.

$$a_1 + a_5 = 216$$

$$a_3 + a_7 = 24$$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

5

Beş terimli, terimleri artan bir geometrik dizinin en küçük ve en büyük terimleri

$$x^2 - 51x + 144 = 0$$

denkleminin kökleridir.

Buna göre, bu dizinin diğer üç teriminin toplamı kaçtır?

6

Bütün terimleri pozitif ve ortak çarpanı r olan bir (a_n) geometrik dizisi için

$$a_1 = \frac{1}{2} + r$$

$$a_7 = a_5 + 12 \cdot a_3$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, a_8 kaçtır?

2020/AYT

1. TİP	1) 2^{16}	2) 6	3) 3	4) $\frac{1}{3}$	5) 42	6) 320
--------	-------------	------	------	------------------	-------	--------

2. TİP: ARAYA TERİM YERLEŞTİRME

a ve b sayıları arasına bu sayılarla beraber bir geometrik dizi oluşturacak biçimde n tane sayı yerleştirilirse elde edilen n + 2 tane terimin ortak çarpanı

$$r = n + 1 \sqrt[n]{\frac{b}{a}} \text{ olur.}$$

1

2 ve $\frac{32}{9}$ sayıları arasına bu sayılarla geometrik dizi oluşturacak şekilde pozitif üç terim yerleştirilirse bu dizinin baştan 3. terimi kaç olur?

2

$\frac{2}{3}$ sayısı ile 486 sayısının arasına bu sayılar ile birlikte geometrik dizi oluşturacak şekilde beş terim yerleştiriliyor.
Buna göre, oluşan dizinin üçüncü terimi kaçtır?

3. TİP: BİR TERİME EŞİT UZAKLIKTAKİ TERİMLER

(a_n) geometrik dizisinde her terim kendisinden eşit uzaklıktaki terimlerin geometrik ortasıdır.

$$a_n = \sqrt{a_{n-p} \cdot a_{n+p}} \text{ veya } a_n^2 = a_{n-p} \cdot a_{n+p}$$

Kısaca,

$$a_{11} = \sqrt{a_3 \cdot a_{19}}, a_{11}^2 = a_3 \cdot a_{19}$$

$$a_{11} = \sqrt{a_8 \cdot a_{14}}, a_{11}^2 = a_8 \cdot a_{14}$$

$$a_5 = \sqrt{a_1 \cdot a_9}, a_5^2 = a_1 \cdot a_9$$

$$a_5 = \sqrt{a_4 \cdot a_6}, a_5^2 = a_4 \cdot a_6$$

1

(a_n) pozitif terimli bir geometrik dizi olmak üzere,

$$a_4 = 2$$

$$a_8 = 162 \text{ dir.}$$

Buna göre, dizinin 6. terimi kaçtır?

2

(a_n) geometrik dizidir.

$$\frac{(a_4)^2}{a_5} = x$$

olduğuna göre, a_3 ün x türünden eşitini bulunuz.

3

(a_n) bir geometrik dizidir.

$$a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 = 100^{10}$$

olduğuna göre, a_3 kaçtır?

2. TİP	1) $\frac{8}{3}$	2) 6
--------	------------------	------

3. TİP	1) 18	2) x	3) 10^4
--------	-------	------	-----------

4. TİP: BİR GEOMETRİK DİZİNİN ARDIŞIK ÜÇ TERİMİ

1

Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla,
 $x - 1$, $x + 2$ ve $x + 6$ dir.

Buna göre, bu dizinin genel terimini bulunuz.

2

abc rakamları birbirinden farklı üç basamaklı bir sayıdır.

a, b ve c sırasıyla bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, bu şarta uygun kaç farklı abc üç basamaklı sayısı yazılabilir?

3

$(x, x + 2, x + 6)$ dizisinin terimleri 3. dereceden bir polinomun kökleri olan geometrik bir dizidir.

$$p(0) = 128$$

olduğuna göre, $p(3)$ kaçtır?

4

x pozitif gerçel sayıdır.

İlk üç terimi, $\log_{\sqrt{2}} 5$, x, $\log_{25} 8$ olan bir geometrik dizi verilmiştir.

Buna göre, x kaçtır?

5

Dik koordinat düzleminde A(0,0), B(4,1), C(10,3) ve D(x,7) noktaları veriliyor.

AB, BC ve CD doğrularının eğimleri sırasıyla bir geometrik dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre, x kaçtır?

5. TİP: GEOMETRİK DİZİ PROBLEMLERİ

1

Bir hizmet sağlayıcısı müşterilerine düzenlediği sözleşmelerde her ay ödenecek fatura ücretini bir önceki aydan %3 daha fazla olacak şekilde ayarlamıştır.

Müşterilerin ödeme tablosu geometrik bir dizi oluşturduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

2

Ali, annesi ve büyükannesinin yaşları sırasıyla ortak çarpanı $\frac{9}{4}$ olan bir geometrik dizinin terimleridir.

Büyükannesi Ali'den 65 yaş büyük olduğuna göre, annesi Ali'den kaç yaş büyüktür?

3

2011 yılında bir ülkenin belirli bir bölgesinde 2800 kişide virüs vakası görülmüştür. Vaka ile mücadele sonrasında her yıl vaka sayısı geometrik bir şekilde azalarak 2020 yılında 350 vakaya ulaşmıştır.

Buna göre, 2017 yılındaki vaka sayısı kaçtır?

4

Barış; 1 Ekim'de Whatsapp aracılığıyla n kişiye birer mesaj göndermiştir. 2. gün mesajı alan n kişiden her biri aynı mesajı iki yeni kişiye göndermiştir.

Bu işlem 2 Ekim'den 7 Ekim'in sonuna kadar aynı şekilde devam etmiştir.

Buna göre, Barış'ın gönderdiği mesajla birlikte toplam 1270 mesaj gönderildiğine göre, n kaçtır?

4. TİP	1) $9 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$	2) 8	3) -10	4) $\sqrt{3}$	5) 19
--------	---	------	--------	---------------	-------

5. TİP	1) 1,03	2) 20	3) 700	4) 10
--------	---------	-------	--------	-------

6. TİP: GEOMETRİK DİZİNİN n TERİM TOPLAMI(a_n) geometrik dizisi için ilk n terim toplamı,

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^3 + \dots + a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$S_n = a_1 \cdot (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1})$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1} = a_1 \cdot \frac{1 - r^n}{1 - r} \text{ olur.}$$

1

Bir geometrik dizinin ilk terimi ve ortak çarpanı eşit olup $\frac{1}{2}$ 'dir.

Buna göre, bu dizisinin ilk 20 teriminin toplamı kaçtır?

2

Bir geometrik dizide $a_1 = 5$ ve $a_4 = 40$ olduğuna göre, bu dizinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

3

S_n : "Bir geometrik dizinin ilk n terim toplamıdır."

$$\frac{S_6}{S_3} = 17$$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

4

Terimleri pozitif olan bir geometrik dizinin ilk 3 teriminin toplamı 21, sonraki 3 teriminin toplamı 168'dir.

Buna göre, dizinin ilk terimi kaçtır?

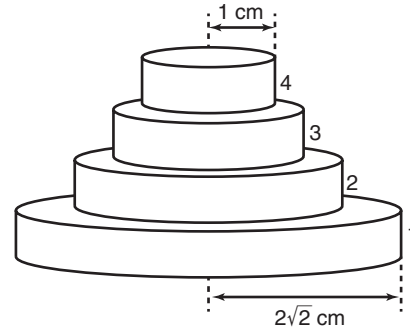
5

İlk terimi 3 ve ortak çarpanı 2 olan geometrik bir dizinin ilk kaç teriminin toplamı 189'dur?

6

Genel terimi $a_n = 3^n$ olan bir geometrik dizinin tüm terimlerinin toplamı $\frac{159 + 3^n}{2}$ olduğuna göre, n kaçtır?

7



Yükseklikleri eşit ve 0,6 cm olan şekildeki silindirlerin yarıçapları geometrik bir dizi oluşturmaktadır.

1. silindirin yarıçapı $2\sqrt{2}$ cm ve 4. silindirin yarıçapı 1 cm'dir.

Buna göre, tüm silindirlerin hacimleri toplamı kaç cm^3 tür?

6. TİP	1) $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{20}$	2) $5 \cdot (2^{10} - 1)$	3) $\sqrt[3]{16}$	4) 3
	5) 6	6) 4	7) 9π	

7. TİP: ARİTMETİK VE GEOMETRİK DİZİYİ BİRLİKTE İÇEREN SORULAR

Bir dizi hem aritmetik hem de geometrik bir dizi ise bu dizi sabit dizidir.

1

a ve b sıfırdan farklı iki gerçekte sayıdır.

$(2a + 2b, b + 4a, 3ab)$ sonlu dizisi hem aritmetik hem de geometrik dizi olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

2

- a, b, $2a + b$ bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi,
- $3^a, 27, 3^b$ bir geometrik dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, a kaçtır?

3

$$(a_n) = (\log 20, \log 200, \log 2000, \dots)$$

dizisi veriliyor.

Buna göre,

- Ortak farkı 1 olan aritmetik bir dizidir.
- Ortak çarpanı 10 olan bir geometrik dizidir.
- Ortak çarpanı $\log 10$ olan bir geometrik dizidir.

İfadelerinden hangileri yanlıştır?

4

$\left(x, 6, y, y + \frac{9}{2}\right)$ dizisinin ilk üç terimi aritmetik, son üç terimi geometrik bir dizinin pozitif terimleridir.

Buna göre, bu dizinin tüm terimlerinin toplamı kaçtır?

5

$(a_n) = (a_1, 7, a_3, a_4, a_5, 19, \dots)$ aritmetik,

$(b_n) = (2, b_2, b_3, \dots)$ geometrik birer dizidir.

$$a_1 = b_2 \text{ ve } b_6 = a_x$$

olduğuna göre, x kaçtır?

6

Ortak çarpanı 3 olan üç terimli artan bir geometrik dizinin üçüncü teriminden 8 çıkarıldığında aritmetik bir dizi oluşturulmuştur.

Buna göre, geometrik dizinin terimleri toplamı kaçtır?

7. TİP	1) 3	2) $\frac{3}{2}$	3) II ve III	4) $\frac{63}{2}$	5) 21	6) 26
--------	------	------------------	--------------	-------------------	-------	-------

1. (a_n) bir geometrik dizidir.

$a_{10} = 81$ ve dizinin ortak çarpanı $\frac{1}{3}$ olduğuna göre,
 a_4 kaçtır?

- A) 3^{11} B) 3^{10} C) 3^9 D) 3^8 E) 3^7

2. (a_n) bir geometrik dizidir.

$$a_4 = 48$$

$$a_7 = 3 \cdot 2^{10}$$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 4 D) 2 E) $\frac{1}{8}$

3. (a_n) bir geometrik dizidir.

$$a_2 = \frac{1}{3} \text{ ve } a_6 = 3^{11}$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) 3^3 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

4. Genel terimi a_n olan pozitif terimli bir geometrik dizide,

$$a_1 + a_2 = 63$$

$$a_3 + a_4 = 175$$

olduğuna göre, dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) $\frac{5}{4}$ B) $\frac{5}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

5. $\log_2 3$, m , $\log_9 64$

geometrik bir dizinin ardışık üç terimi olduğuna göre,
 m kaçtır?

- A) $2\sqrt{3}$ B) $2\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$ D) $\sqrt{2}$ E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. Terimleri artan pozitif terimli bir geometrik dizinin ilk altı teriminin toplamı, ilk üç teriminin toplamına oranı 28'dir.

Buna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 7

1) B	2) C	3) C	4) B	5) C	6) B
------	------	------	------	------	------

1. (a_n) bir geometrik dizi olmak üzere,

$$a_2 \cdot a_3 \cdot a_4 \cdot a_5 \cdot a_6 = 3^{15}$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) 3 B) 9 C) 27 D) 81 E) 243

2. 1 ile 16 sayıları arasına bu sayılarla artan bir geometrik dizi oluşturacak şekilde 7 terim yerleştiriliyor.

Buna göre, bu dizinin baştan 8. terimi kaçtır?

- A) $2\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$ D) $8\sqrt{2}$ E) $16\sqrt{2}$

3. Genel terimi $a_n = 2^n$ olan bir geometrik dizinin ilk 10 teriminin toplamı $2^a - b$ dir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 14 B) 13 C) 12 D) 11 E) 10

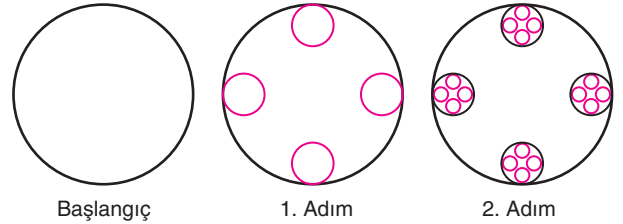
4. Her birinin üç terimi olan bir aritmetik ve bir geometrik dizinin ilk terimleri ve üçüncü terimleri birbirine eşittir.

Her iki dizinin de ilk terimi 4 olup, aritmetik dizinin ikinci terimi geometrik dizinin ikinci teriminden 2 fazladır.

Buna göre, dizilerin üçüncü terimi kaçtır?

- A) 24 B) 20 C) 18 D) 16 E) 8

5. Bir çembere, içten teğet olacak şekilde birbirini kesmeyen 4 eş çember ekleniyor. İkinci adımda bu 4 çembere, içten teğet olacak şekilde, birbirini kesmeyen 4 eş çember ekleniyor. Yapılan işlemin ilk 2 adımı aşağıda gösterilmiştir.



Bu şekilde devam edilirse 5. adımda toplam kaç tane çember bulunur?

- A) 363 B) 484 C) 1023
D) 1365 E) 2046

1) C	2) D	3) B	4) D	5) D
------	------	------	------	------

1. Bir televizyon satın alınırken mağaza televizyonun satış fiyatının %25'ini müşteriden peşin almış geri kalanını p_1, p_2, p_3, p_4 ve p_5 artan bir geometrik dizi şeklinde taksitlendirmiştir.

$$p_1 + p_2 = 180$$

$$p_4 + p_5 = 1440$$

olduğuna göre, televizyonun satış fiyatı kaç liradır?

- A) 2520 B) 2480 C) 2450
D) 2280 E) 2250

2. Bir eşkenar üçgenin bir kenarı, çevresi ve alanı geometrik bir dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, bu eşkenar üçgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $116\sqrt{3}$ B) $112\sqrt{3}$ C) $108\sqrt{3}$
D) $102\sqrt{3}$ E) $96\sqrt{3}$

3. $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ olmak üzere,

$$\frac{\sin \alpha}{2}, \sin \alpha, \tan \alpha$$

geometrik bir dizinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, α kaç derecedir?

- A) 15 B) 22,5 C) 30 D) 45 E) 60

4. (a_n) geometrik bir dizi olmak üzere,

$$a_{n+1} \cdot a_{n+3} \cdot a_{n+5} = 9^{2n+4}$$

olduğuna göre, a_4 kaçtır?

- A) 3^3 B) 3^4 C) 3^5 D) 3^6 E) 3^7

1. TİP: FİBONACCI DİZİSİ

$a_1 = 1, a_2 = 1$ ve $\forall n \in \mathbb{N}^+$ için,

$$a_n + a_{n+1} = a_{n+2}$$

şeklinde tanımlanan diziye **Fibonacci Dizisi** denir.

(a_n) fibonacci dizisi olmak üzere,

$$(a_n) = \{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots\} \text{ şeklindedir.}$$

1

Fibonacci dizisinin iki basamaklı en büyük terimi dizinin kaçınıcı terimidir?

2

$5a + 1, 9a - 2$ ve $13a + 3$ sayıları fibonacci dizisinin ardışık üç terimidir.

Buna göre, fibonacci dizisinde bu terimleri takip eden ilk terim kaçtır?

3

Fibonacci dizisinin terimleri yan yana yazıldığında elde edilen 3. tam kare sayı karesel dizinin kaçınıcı terimine eşit olur?

4

n asal sayı olmak üzere, bir fibonacci dizisinin n . terimi de asalsa bu terimlere **Fibonacci Asalları** denir.

Buna göre, ilk dört fibonacci asalının toplamı kaçtır?

5

$$F_1 = 1, F_2 = 1$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \quad (n > 2, n \in \mathbb{Z})$$

şeklinde tanımlanan negatif olmayan tam sayılar dizisindeki sayılara **Fibonacci Sayıları**, F_n dizisine ise **Fibonacci Dizisi** denir.

$$F_{100} + F_{101} + F_{103} = F_x$$

olduğuna göre, x kaçtır?

6

(a_n) bir fibonacci dizisi olmak üzere,

$$(a_5)^2 + (a_6)^2 = a_p$$

olduğuna göre, p kaçtır?

1. TİP	1) 11	2) 89	3) 12	4) 109	5) 104	6) 11
--------	-------	-------	-------	--------	--------	-------

2. TİP: TOPLAM SEMBOLÜ

$\sum_{k=p}^n a_k$ ifadesine **Toplam Sembolü** denir.

$$\sum_{k=p}^n a_k = a_p + a_{p+1} + \dots + a_n \text{ olur.}$$

1

Aşağıda verilen $\sum$ gösterimlerinin açık biçimlerini yazınız.

a) $\sum_{k=2}^5 k$

b) $\sum_{m=1}^3 \left(\cos\left(\frac{m\pi}{2}\right) \right)$

c) $\sum_{i=-1}^3 (i^2 - 1)$

2

$$5 + 9 + 13 + \dots + 41$$

toplamını $\sum$ gösterimi ile ifade ediniz.

3

$$-3 + 0 + 3 + 6 + \dots + 81 = \sum_{k=1}^n (ak + b)$$

olduğuna göre, $a + b + n$ toplamı kaçtır?

4

$$\sum_{k=1}^{25} (-1)^k$$

ifadesinin değeri kaçtır?

5

$$\sum_{k=1}^{80} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k})$$

ifadesinin değeri kaçtır?

6

$x^2 - 2x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sum_{i=1}^2 \frac{1}{x_i}$ ifadesinin değeri kaçtır?

7

$$\sum_{k=3}^{177} \cos k^\circ$$

ifadesinin değeri kaçtır?

8

$$\sum_{k=2}^{15} \log_2 \left(1 + \frac{1}{k} \right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

MOZ AKADEMİ

9

$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(x) = x + 3$ ve

$g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $g(x) = 2x - 1$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$\sum_{k=0}^{10} (g \circ f)(k)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

10

$$\sum_{k=0}^7 \binom{7}{k}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

2. TİP

1) a) $2 + 3 + 4 + 5$ b) $\cos\frac{\pi}{2} + \cos\pi + \cos\frac{3\pi}{2}$
c) $0 + (-1) + 0 + 3 + 8$

2) $\sum_{k=1}^{10} (4k + 1)$

3) 26

4) -1

5) 8

6) $\frac{-2}{5}$

7) 0

8) 3

9) 165

10) 128

1. $1 + 7 + 13 + 19 + \dots + 133$

toplamı aşağıdakilerden hangisi ile gösterilebilir?

- A) $\sum_{k=1}^{23} (-6 + 5k)$ B) $\sum_{k=1}^{23} (-5 + 6k)$ C) $\sum_{k=1}^{23} (1 + 6k)$
D) $\sum_{k=0}^{23} (-5 + 6k)$ E) $\sum_{k=1}^{23} (5 + 6k)$

2. $\sum_{k=1}^{10} (-1)^k \cdot (3k - 1)$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 18 B) 17 C) 16 D) 15 E) 14

3. $\sum_{k=1}^{24} \frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}}$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 6 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

4. $\sum_{k=1}^{15} (k+1)!$ sayısının 24 ile bölümünden kalan kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 4 D) 2 E) 0

5. $i^2 = -1$ olmak üzere,

$$\sum_{k=10}^{15} i^k$$

toplamının sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-1 - i$ B) $1 + i$ C) 0 D) -1 E) $-i$

6. $\sum_{k=4}^{27} \log_3 \left(\frac{k-1}{k} \right)$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

1) B	2) D	3) C	4) A	5) A	6) A
------	------	------	------	------	------

1. $x^2 - 6x - 2 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre,

$$\sum_{k=1}^2 x_k^2$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 44 B) 42 C) 40 D) 38 E) 36

2. $\sum_{k=44}^{46} \sin^2 k^\circ$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 2 C) $\frac{3}{2}$ D) 1 E) $\frac{1}{2}$

3. $\sum_{k=-4}^3 (k+1)^3$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) -64 B) -27 C) -8 D) 27 E) 64

4. (a_n) bir aritmetik dizidir.

$$\sum_{n=4}^8 a_n = 85$$

olduğuna göre, a_6 kaçtır?

- A) 19 B) 18 C) 17 D) 16 E) 15

5. Gerçek sayılarda tanımlı,

$$f(x) = 2x - 1 \text{ ve}$$

$$g(x) = 3x + 2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$\sum_{k=1}^2 (f \circ g)(k)$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 26 B) 24 C) 22 D) 20 E) 18

6. (a_n) bir Fibonacci dizisidir.

Buna göre,

$$\sum_{n=3}^7 a_n$$

toplamının sonucu kaçtır?

- A) 34 B) 33 C) 32 D) 31 E) 30

1. a, b, c sıfırdan farklı birer gerçel sayı olmak üzere, sonlu (a, b, c) dizisinde;
- her terime aynı pozitif sayı eklendiğinde oluşan ifade bir aritmetik dizi,
 - her terimden 1 çıkarıldığında oluşan ifade bir geometrik dizidir.
- Buna göre, $a - b + \frac{c}{b}$ işleminin sonucu kaçtır?**
- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

2. Terimleri sıfırdan farklı bir dizide art arda gelen her üç terimin çarpımı birbirine eşittir.
- Bu dizinin ardışık dört terimini seçip seçtiği terimleri toplayan üç kişi -1, -3, 4 sonuçlarını bulmuştur.
- Buna göre, bu dizinin ilk 4 teriminin çarpımı kaç olabilir?**
- A) -24 B) -16 C) -12 D) -8 E) -6

3. Bir aritmetik dizi ile bir geometrik dizinin ilk iki terimlik bölümleri özdeş olup aritmetik dizinin ortak farkı, geometrik dizinin ortak çarpanına eşittir.
- Aritmetik dizinin üçüncü terimi sıfır olduğuna göre, geometrik dizinin üçüncü terimi kaçtır?**
- A) $-\frac{1}{16}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{8}$

4. Bir dizide her terim kendisinden dört sonraki terime eşittir.
- Bu dizinin
- ilk onbir teriminin çarpımı 40,
 - ilk onbeş teriminin çarpımı 400
- olduğuna göre, ilk üç teriminin çarpımı kaçtır?**
- A) 0,1 B) 0,2 C) 0,3 D) 0,4 E) 0,5

5. (a_n) ve (b_n) birer dizi, (b_n) dizisinin ilk n teriminin toplamı S_n olmak üzere,
- $(a_n) = (S_n)$
- eşitliği sağlanıyor.
- Buna göre,**
- (b_n) sabit dizi ise (a_n) aritmetik dizidir.
 - (a_n) artan dizi ise (b_n) pozitif terimi dizidir.
 - (b_n) azalan dizi ise $a_3 < 3a_1$
- ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?**
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
- D) I ve III E) I, II ve III

1) D	2) C	3) B	4) D	5) D
------	------	------	------	------

1. TİP: KOŞULLU OLASILIK

E örnek uzayında A ve B iki olay olsun. B olayının gerçekleşmiş olması halinde A olayının gerçekleşme olasılığına **A Olayının B Olayına Bağlı Koşullu Olasılığı** denir ve bu olasılık $P(A|B)$ şeklinde gösterilir.

A olayının B olayına bağlı koşullu olasılığı, $P(B) \neq 0$ olmak üzere,

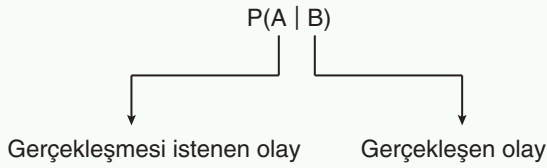
$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

şeklindedir.

$$P(A \cap B) = \frac{s(A \cap B)}{s(E)}, P(B) = \frac{s(B)}{s(E)} \text{ ve } s(B) \neq 0 \text{ olmak üzere,}$$

$$P(A|B) = \frac{s(A \cap B)}{s(B)}$$

şeklindedir.



3

40 kişilik bir sınıfta her öğrenci İngilizce ve Almanca dillerinden en az birini konuşabilmektedir.

İngilizce konuşabilen 30, Almanca konuşabilen 16 kişi vardır.

Sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin Almanca konuşabildiği bilindiğine göre, bu öğrencinin İngilizce de konuşabiliyor olma olasılığı kaçtır?

4

İçinde 3 mavi, 3 kırmızı ve 2 beyaz top bulunan bir torbadan rastgele 2 top seçiliyor.

Seçilen bu toplardan birinin kırmızı olduğu bilindiğine göre, diğerinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

1

E örnek uzayında A ve B olayları için,

$$P(A) = \frac{1}{4} \text{ ve } P(A \cap B) = \frac{1}{6} \text{ veriliyor.}$$

Buna göre, B olayının A olayına bağlı koşullu olasılığı $P(B|A)$ kaçtır?

2

Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzüne 4'ten küçük bir sayı geldiği bilindiğine göre, bu sayının asal sayı olma olasılığı kaçtır?

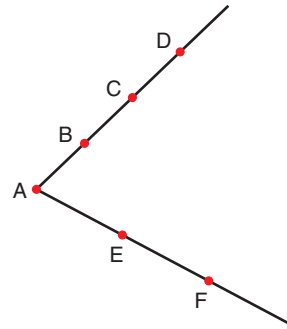
M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

5

Bir çift zarın atılması deneyinde üst yüze gelen sayıların çarpımının çift sayı olduğu biliniyor.

Buna göre, bu sayılardan birinin tek sayı olma olasılığı kaçtır?

6



Yanda 6 farklı nokta gösterilmiştir. Köşeleri bu noktalardan oluşan tüm üçgenlerden biri rastgele seçiliyor.

Seçilen bu üçgenin bir köşesinin A noktası olduğu bilindiğine göre, bir köşesinin C noktası olma olasılığı kaçtır?

1. TİP

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{8}$ 4) $\frac{1}{6}$ 5) $\frac{2}{3}$ 6) $\frac{1}{3}$

7

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Şekilde gösterilen 10'a kadar çarpım tablosunda, sonuçların olduğu kısımdan rastgele bir sayı seçiliyor.

Seçilen bu sayının 7'nin tam katı olduğu bilindiğine göre, bu sayının aynı zamanda 5'in de bir tam katı olma olasılığı kaçtır?

8

1, 2, 3, 4, 5, 6

rakamlarından istenilenlerle yazılacak üç basamaklı bir sayıda her rakam hemen sağında bir rakam varsa o rakamdan büyük olacaktır.

Örneğin; 531 böyle bir sayıdır.

Mehmet'in bu şartlara bağlı kalarak yazdığı üç basamaklı bir sayıda yüzler basamağındaki rakamın birler basamağındaki rakamdan 3 fazla olduğu bilinmektedir.

Buna göre, Mehmet'in yazdığı sayının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

9

Barış, bir zarı art arda iki kez atıyor.

1. atışta çift sayı gelmediği, 2. atışta asal sayı gelmediği bilindiğine göre, bu iki atış sonunda gelen sayıların toplamının çift sayı olma olasılığı kaçtır?

10

P(x) polinomu için,

- İkinci derecedendir.
- Katsayıları doğal sayılardır.
- Katsayıları toplamı 4'tür.

ifadelerinin doğru olduğu bilindiğine göre, P(x) polinomunun sabit teriminin 2 olma olasılığı kaçtır?

11

3 evli çift ve 2 bekar kişinin bulunduğu 8 kişi arasından rastgele 2 kişi seçiliyor.

Seçilen bu kişilerin evli çift olmadıkları bilindiğine göre, birinin evli diğerinin bekar olma olasılığı kaçtır?

1. TİP	7) $\frac{4}{19}$	8) $\frac{2}{3}$	9) $\frac{1}{3}$	10) $\frac{1}{5}$	11) $\frac{12}{25}$
--------	-------------------	------------------	------------------	-------------------	---------------------

2. TİP: BAĞIMLI VE BAĞIMSIZ OLAYLAR

E örnek uzayında A ve B olayları için $P(A) > 0$, $P(B) > 0$ olmak üzere, B olayının gerçekleşme olasılığı A olayının gerçekleşmesini etkilemiyorsa **A Olayı B Olayından Bağımsız** denir.

A ve B olayları bağımsız ise $P(A|B) = P(A)$ olur.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ olduğundan, } P(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \text{ olur.}$$

Buradan, $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ bulunur.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \cdot P(B) \text{ olur.}$$

A olayının gerçekleşmesi B olayının gerçekleşmesini etkiliyorsa A ve B olaylarına **Bağımlı Olaylar** denir.

Buna göre, A ile B bağımlı olaylar ise $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$ olur.

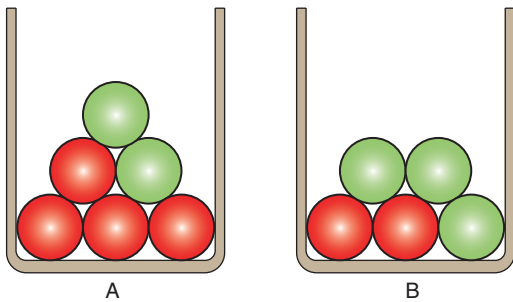
1

E örnek uzayında A ve B bağımsız iki olaydır.

$$P(A) = \frac{1}{2} \text{ ve } P(B) = \frac{2}{5}$$

Buna göre, $P(A \cup B)$ değeri kaçtır?

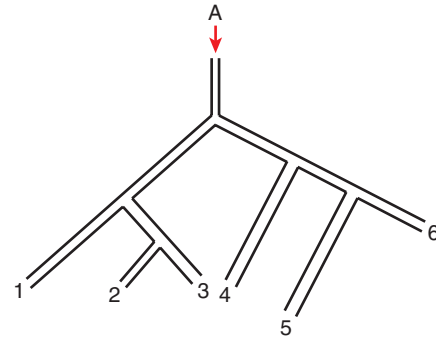
2



Şekilde A kutusunda 4 kırmızı ve 2 yeşil bilye, B kutusunda 3 yeşil ve 2 kırmızı bilye vardır. A ve B kutularından birer top alınıyor.

Buna göre, alınan topların aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

3



Şekilde A noktasından bırakılan bir top 1, 2, 3, 4, 5 veya 6 numaralı deliklerden dışarı çıkacaktır.

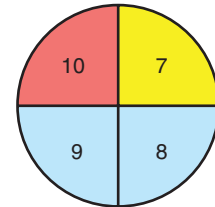
Topun herhangi bir yol ayrımında takip edebileceği yollardan gitme olasılığı eşittir.

Buna göre, topun 2 numaralı delikten çıkma olasılığı, 6 numaralı delikten çıkma olasılığının kaç katıdır?

4

1	2	3
4	5	6

Şekil I



Şekil II

Esmâ adında bir öğrenci birinci ve ikinci şekilden birer sayı seçiyor.

Buna göre, Esmâ'nın seçtiği sayıların aynı renkli bölgeden olma olasılığı kaçtır?

2. TİP	1) $\frac{7}{10}$	2) $\frac{7}{15}$	3) 1	4) $\frac{1}{3}$
--------	-------------------	-------------------	------	------------------

5



Sarı Kutu



Yeşil Kutu

Yukarıda gösterilen sarı kutuda 3 sarı top ve 2 yeşil top, yeşil kutuda ise 3 yeşil top ve 2 sarı top vardır. Rastgele seçilen bir kutudan bir top çekiliyor.

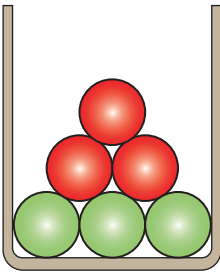
Buna göre, seçilen kutunun rengi ile çekilen topun renginin farklı olma olasılığı kaçtır?

6

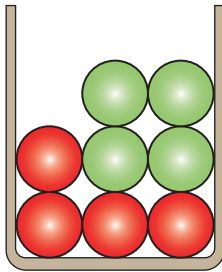
Bir zar ve 2 özdeş madeni para havaya atılıyor.

Buna göre, zarın üst yüzünde görünen sayının 2'den büyük ve paraların görünen yüzlerinin aynı olma olasılığı kaçtır?

7



A



B

Şekilde A kutusunda 3 yeşil ve 3 kırmızı top, B kutusunda 4 kırmızı ve 4 yeşil top vardır. A kutusundan bir top alınıp B kutusuna sonra B kutusundan bir top alınıp A kutusuna atılıyor.

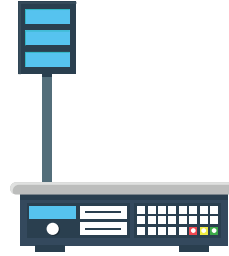
Buna göre, son durumda A kutusundaki kırmızı top sayısının yeşil top sayısının iki katı olma olasılığı kaçtır?

8

Bir kilidi 5 anahtardan iki tanesi açabilmektedir. Anahtarlar teker teker deniyor ve denenen anahtar kilidi açamıyorsa, o anahtar tekrar denenmiyor.

Buna göre, kilidin üçüncü denemede açılma olasılığı kaçtır?

9



Şekil I



Şekil II

Şekilde iki farklı terazi gösterilmiştir.

Şekil I'deki terazi ağırlıkları,

%40 olasılıkla 1 kg fazla

%30 olasılıkla 1 kg eksik ve

%30 olasılıkla tam ölçmektedir.

Şekil II'deki terazi ağırlıkları,

%30 olasılıkla 1 kg fazla

%20 olasılıkla 1 kg eksik ve

%50 olasılıkla tam ölçmektedir.

Mehmet Bey, 8 kg ve 10 kg'lık iki ağırlığı rastgele bu iki teraziye her teraziye biri gelecek şekilde bırakıyor.

Buna göre, terazilerin ölçüm sonucunda aynı değeri gösterme olasılığı yüzde kaçtır?

2. TİP	5) $\frac{2}{5}$	6) $\frac{1}{3}$	7) $\frac{2}{9}$	8) $\frac{1}{5}$	9) 8,5
--------	------------------	------------------	------------------	------------------	--------

10



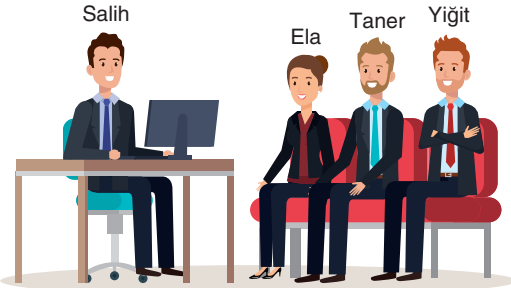
Bir mağazaya giren Esmâ ve Zeynep, alt ve üst rafın olduğu iki bölümden oluşan kıyafet reyonunun önünde durmuşlardır.

Raflarda duran kıyafetlerden ikisi pembe, üçü mavi, ikisi sarı ve biri mor renklidir. Kıyafetlerin raflardaki görüntüsü görselde verildiği gibidir.

Esmâ üst raftan, Zeynep ise alt raftan birer kıyafet beğenmiştir.

Buna göre, beğendikleri kıyafetlerin aynı renkte olma olasılığı kaçtır?

11



Şekilde bir iş başvurusuna gelen Ela, Taner ve Yiğit adında üç kişi ve mülakatı yapan Salih Bey gözükmetedir.

Salih Bey, bir soru soracak ve bu soruya oturma düzenine göre sırasıyla Ela, Taner ve Yiğit cevap vereceklerdir. Eğer soruyu Ela bilemezse aynı soru Taner'e o da bilemezse aynı soru Yiğit'e sorulacaktır.

İlk doğru yanıt veren mülakatı kazanacaktır. Ela'nın sorulacak soruya doğru yanıt verme olasılığı %40, Taner'in %50 ve Yiğit'in %60'tır.

Buna göre, mülakatı Yiğit'in kazanma olasılığı kaçtır? (Sırası gelen kişinin sadece bir cevap hakkı vardır.)

3. TİP: BİLEŞİK OLAYLAR

Bir deneyin tüm çıktılarına **Olay**, sadece bir çıktısından oluşan kümeye **Basit Olay**, birden çok çıktısından oluşan kümeye **Bileşik Olay** denir.

Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzeyindeki sayının 4 olması basit olay, çift sayı olması bileşik olaydır.

1

40 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 16'sı kızdır. Kızların 6'sı ve erkeklerin 10'u gözlüklüdür.

Buna göre, sınıftan rastgele seçilen bir öğrencinin erkek veya gözlüklü olma olasılığı kaçtır?

2

İki zar ve bir madeni para atılıyor.

Zarların üst yüzeyine gelen sayıların toplamının 5 veya madeni paranın yazı gelme olasılığı kaçtır?

3

Bir hedefi Elif ve Yunus'un vurma olasılıkları sırasıyla $\frac{1}{2}$ ve $\frac{1}{3}$ tür.

Buna göre, birer atış sonunda hedefin Elif veya Yunus tarafından vurulma olasılığı kaçtır?

4

1, 2, 3, 4, 5 ve 6 sayılarının tümü altı tane beyaz kartın her birine, her kartta bir sayı olacak şekilde; 2, 3 ve 4 sayılarının tümü üç kırmızı kartın her birine, her kartta bir sayı olacak şekilde yazılarak tüm kartlar bir kutuya atılıyor.

Buna göre, kutudan rastgele seçilen bir kartın kırmızı renkli veya asal sayı numaralı olma olasılığı kaçtır?

2. TİP	10) $\frac{1}{4}$	11) $\frac{9}{50}$
--------	-------------------	--------------------

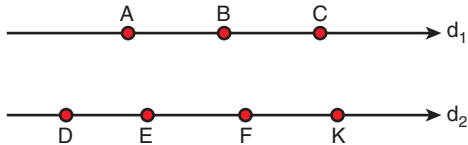
3. TİP	1) $\frac{3}{4}$	2) $\frac{5}{9}$	3) $\frac{2}{3}$	4) $\frac{2}{3}$
--------	------------------	------------------	------------------	------------------

5

Bir sınıf listesinde 1, 2, 3, ..., 20 no'lu yirmi öğrencinin adı vardır.
Tek numaralı öğrenciler erkek, çift numaralı öğrenciler kızdır.

Buna göre, bir öğretmenin bu listeye bakarak rastgele seçtiği bir öğrencinin erkek veya 5'in tam katı numaralı bir öğrenci olma olasılığı kaçtır?

6



Şekilde d_1 ve d_2 doğruları üzerinde yedi nokta gösterilmiştir. Köşeleri bu noktalardan seçilecek bir üçgen çiziliyor.

Buna göre, çizilen üçgenin bir köşesinin A veya E olma olasılığı kaçtır?

7

İki zar düzgün bir zemine aynı anda atılıyor.

Buna göre, zarlarda üst yüze gelen sayıların en az birinin 4 veya sayıların toplamının 8 olma olasılığı kaçtır?

NOTLAR

MOZAKADEMI

3. TİP	5) $\frac{3}{5}$	6) $\frac{7}{10}$	7) $\frac{5}{12}$
--------	------------------	-------------------	-------------------

4. TİP: DENEYSEL OLASILIK İLE TEORİK OLASILIĞIN İLİŞKİLENDİRİLMESİ

- Bir deneyde ortaya çıkabilecek tüm sonuçlar göz önünde bulundurularak yapılan matematiksel hesaplama **Teorik Olasılık** denir.

Bir olayın olma olasılığını yapılan denemelerin sonuçlarına göre bulmaya **Deneysel Olasılık** denir. Olayın gerçekleşme sayısının deney sayısına oranına **Olayın Deneysel Olasılığı** denir.

Örneğin, Tarık bir zarı 10 kere havaya attığında zarın üst yüzüne gelen sonuçlar; 1, 4, 3, 3, 5, 1, 2, 5, 3 ve 6 olsun. Tarık'ın zarı havaya 11. kez attığında zarın üst yüzüne

bir tek sayı gelme olasılığı teorik olarak değişmez ve $\frac{1}{2}$ 'dir.

Tarık'ın zarı havaya 11. kez attığında zarın üst yüzüne bir tek sayı gelmesinin deneysel olasılığı daha önce yaptığı 10 denemeden 7'si tek sayı olduğundan $\frac{7}{10}$ olur.

- Bir örnek uzayda deneysel olasılık değeri, deneme sayısı arttıkça teorik olasılık değerine yaklaşır.

3

	Yazı	Tura
Burhan	15	25
Kemal	20	30
Cansu	25	35

Burhan, Kemal ve Cansu adında üç arkadaş madeni bir parayı sırayla 40, 50 ve 60 kez havaya atıp gelen sonuçları not etmişlerdir. Üç arkadaşın not ettiği bilgiler yanda verilen tablodaki gibidir.

Buna göre, verilen sonuçların deneysel olasılıkları hesaplandığında sonucu teorik olasılığa en yakın olandan en uzağa olan kişi sıralamasını bulunuz.

4

Bir futbolcu 2017-2018 sezonunda oynadığı 25 maçta toplam 12 gol, 2018-2019 sezonunda oynadığı 15 maçta toplam 8 gol ve 2019-2020 sezonunda oynadığı 20 maçta toplam 5 gol atmıştır.

Buna göre, bu futbolcunun 2020-2021 sezonunun ilk maçında gol atma olasılığının deneysel sonucu kaçtır?

5

Hilesiz bir para 60 kez atılıyor ve tura gelme olasılığı deneysel olarak $\frac{1}{5}$ hesaplanıyor.

Buna göre, 60 atışın kaç tanesinde tura gelmiştir?

4. TİP	1) Deneysel $\frac{1}{4}$ Teorik $\frac{1}{3}$	2) 4	3) Cansu, Kemal, Burhan	4) $\frac{5}{12}$	5) 12
--------	---	------	----------------------------	-------------------	-------

1

Bir sinemada A, B ve C filmleri aynı saatte başlamaktadır. Sinemaya gelen ilk 60 kişiden 25'i A filmini, 20'si B filmini izlemeyi tercih etmektedir.

Buna göre, sinemaya gelen bir kişinin C filmini tercih etme olasılığı deneysel ve teorik olarak kaçtır?

2

Hilesiz bir zar 40 kez atılıyor ve zarın üst yüzüne 1'den büyük bir sayı gelme olasılığı deneysel olarak 0,9 hesaplanıyor.

Buna göre, 40 atışın kaç tanesinde zarın üst yüzüne 1 sayısı gelmiştir?

1. Bir zar atma deneyinde zarın üst yüzüne çift veya asal sayı gelme olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{5}{6}$ E) 1

2. İki zar atma deneyinde zarların üst yüzüne gelen sayıların toplamının 8 olduğu bilinmektedir.

Buna göre, bu sayıların çarpımının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{7}$ E) $\frac{1}{6}$

3.

	A Sınıfı	B Sınıfı
Kız	10	8
Erkek	6	12

Yukarıdaki tabloda bir kurs merkezindeki 36 kişilik bir öğrenci grubunun dağılımı gösterilmiştir.

Buna göre, seçilen bir öğrencinin B sınıfından veya kız öğrenci olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{5}{8}$

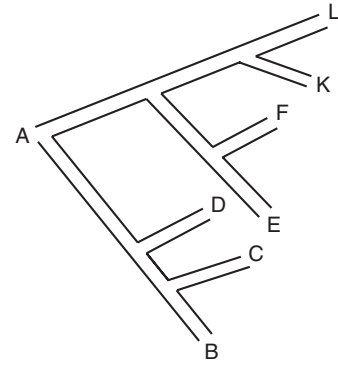
4. 2, 2, 3, 3, 3

rakamlarının tümü yan yana sıralanarak 5 basamaklı bir sayı yazılacaktır.

Yazılan bu sayının ilk ve son rakamının aynı olduğu bilindiğine göre, ortasındaki rakamın 3 olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{3}$

5.



Şekilde verilen labirentte A noktasından yürümeye başlayan bir kişi yol ayrımlarının tümünde rastgele bir yol seçmektedir.

Seçtiği hiçbir yoldan dönüş yapmayan bu kişinin K veya D noktasından çıkmış olma olasılığı kaçtır?

(Herhangi bir yol ayrımında takip edilebilecek yollardan gidilme olasılığı eşittir.)

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{3}{8}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{8}$

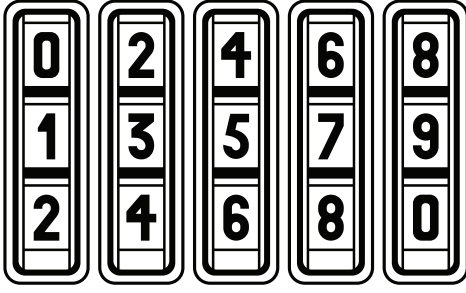
6. Bir torbada 2 yeşil, 3 kırmızı ve 1 beyaz top vardır.

Çekilen top geri konulmak şartıyla art arda 2 top çekiliyor.

Buna göre, çekilen topoların ikisinin de kırmızı olma olasılığı kaçtır?

A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

1.



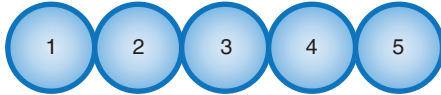
Kübra adında bir öğrenci yukarıdaki şekilde verilen tuşlardan herhangi birine basıyor.

Sonra Berna adında bir öğrenci de Kübra'nın bastığı tuşu görmeden herhangi bir tuşa basıyor.

Buna göre, Berna'nın bastığı tuştaki sayının Kübra'nın bastığı tuştaki sayı ile aynı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{7}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{9}$ E) $\frac{1}{10}$

2.



Şekilde gösterilen özdeş toplara 1, 2, 3, 4 ve 5 numaraları yazıldıktan sonra bir torbaya atılıyor.

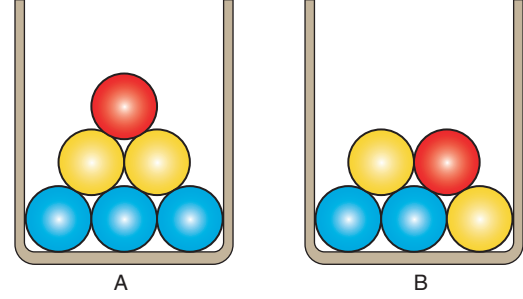
Ömer, torbadan rastgele bir top çektikten sonra topun numarasını kaydedip topu tekrar torbaya atmaktadır.

Ömer, bu işlemi 40 kez yaptıktan sonra çektiği topun 4 numaralı bir top olma olasılığının deneysel sonucunun teorik olasılık ile aynı olduğunu görüyor.

Buna göre, Ömer kaç defa 4 numaralı topu çekmiştir?

- A) 5 B) 6 C) 8 D) 9 E) 10

3.



Şekilde gösterilen A ve B kutularında mavi, sarı ve kırmızı toplar vardır.

A kutusunda; 3 mavi, 2 sarı ve 1 kırmızı

B kutusunda; 2 mavi, 2 sarı ve 1 kırmızı

top bulunmaktadır.

A ve B kutularından aynı anda birer top alınarak karşılıklı olarak bu topların yerleri değiştiriliyor.

Buna göre, son durumda kutuların herhangi birinde kırmızı top olmama olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{3}{10}$ D) $\frac{5}{12}$ E) $\frac{8}{15}$

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

4.

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{a, b, c, d\}$$

A ve B kümelerinden ikişer eleman seçen İlker, bu elemanlarla 4 karakterli bir şifre oluşturacaktır.

Örneğin; 1ac3 oluşturulabilecek şifrelerden biridir.

İlker'in oluşturduğu şifredeki rakamların ardışık rakamlar olduğu bilindiğine göre, 1 ve a karakterlerinin şifrede birlikte bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{2}{15}$

1) D

2) C

3) C

4) D

1. $A = \{a, b\}$
 $B = \{a, b, c, 1, 2, 3, 4\}$

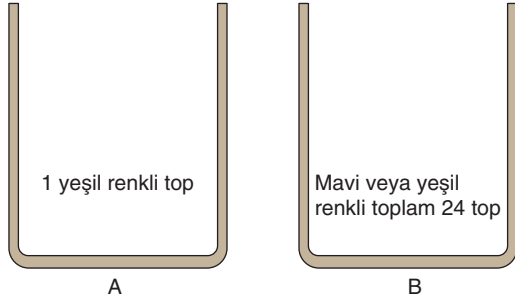
kümeleri veriliyor.

$A \subseteq K \subseteq B$ olmak üzere, K kümesinin 4 elemanlı olduğu biliniyor.

Buna göre, c elemanının K kümesinde bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{3}{10}$ E) $\frac{5}{16}$

2.



Şekilde gösterilen A ve B kutularından,

A kutusunda 1 yeşil renkli top,

B kutusunda bazıları mavi diğerleri yeşil olan toplam 24 top vardır.

Torbalardan rastgele biri seçiliyor.

Seçilen bu torbadan çekilen bir topun yeşil olma olasılığı

$\frac{13}{16}$ olduğuna göre, B torbasında kaç tane mavi top vardır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. Kadir, "MARMARA" sözcüğündeki harflerden sadece iki tanesinin yerini birbiriyle değiştiriyor.

Buna göre, Kadir'in yeni bir sözcük elde etme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{13}{18}$ B) $\frac{14}{23}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{16}{21}$ E) $\frac{4}{7}$

4.

Bir tatil köyünde bulunan bir otel 30 günlük bir ayın ilk 5 gün ve son 5 gününde konaklama ücretlerine indirim yapmıştır. Barış, bu ayın arka arkaya gelen herhangi 5 gününde bu tatil köyüne gelecek ve bu otelde konaklayacaktır.

Buna göre, Barış'ın kalacağı sürenin sadece 3 gününün indirimli konaklama süresine denk gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{17}$ B) $\frac{1}{13}$ C) $\frac{1}{9}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{4}$

1. Bir düzgün dörtyüzlünün iki yüzü beyaza, bir yüzü yeşile ve bir yüzü pembeye boyanıyor.

Bu düzgün dört yüzlü ile bir madeni para birlikte atıldığında düzgün dört yüzünün tabanının yeşil veya paranın üste gelen kısmının yazı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{4}{7}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{6}{11}$

2.



Şekilde gösterilen çarkı önce Beyza, sonra da Özgür birer kez döndürüyorlar.

Buna göre, siyah renkle gösterilen okun bu döndürmeler sonucunda farklı renklerde durma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{7}{8}$

3. $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

kümesinin elemanları kullanılarak yazılan rakamları farklı 3 basamaklı sayılardan rastgele biri seçiliyor.

Buna göre, seçilen bu sayıda 1 veya 3 rakamının bulunma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{2}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{8}$ E) $\frac{9}{10}$

4. Yazı gelme olasılığı $\frac{2}{3}$ olan hileli bir madeni para ile hilesiz bir madeni para ikişer kez havaya atılıyor.

Buna göre, üç kere yazı ve bir kere tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{10}$ B) $\frac{4}{13}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

5. Bir okuldaki 100 kişilik onikinci sınıf öğrencilerine 1'den 100'e kadar numaralar verildikten sonra öğrenciler aşağıda verilen kurallar ile A, B ve C şubelerine yollanacaktır.

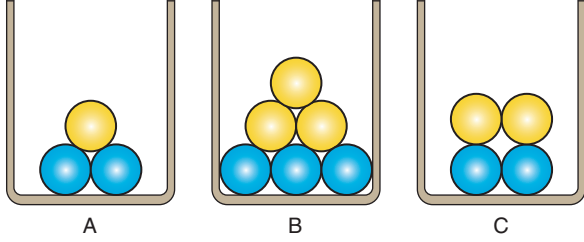
- Numarası tek olanlar A şubesine yollanacaktır.
- Numarası 4'ün katı olanlar B şubesine yollanacaktır.
- Geri kalan öğrenciler C şubesine yollanacaktır.

Hilal Öğretmen, bu şubelerden rastgele birine girerek rastgele bir öğrenci seçmiştir.

Buna göre, Hilal Öğretmenin seçtiği öğrencinin numarasının 25'in tam katı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{19}$ C) $\frac{3}{20}$ D) $\frac{1}{25}$ E) $\frac{2}{75}$

1.



Şekilde gösterilen A, B ve C kutularında mavi ve sarı toplar bulunmaktadır.

A kutusunda; 2 mavi 1 sarı

B kutusunda; 3 mavi 3 sarı

C kutusunda; 2 mavi 2 sarı top bulunmaktadır.

A, B ve C kutularından rastgele biri seçilerek bu kutudan rastgele bir top alınıyor.

Buna göre, alınan bu topun mavi renkli olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{15}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{5}{12}$

2.

Bir madeni para art arda 5 kez havaya atılıyor.

En az iki kez yazı geldiği bilindiğine göre, en çok iki kere tura gelme olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{6}{11}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{8}{13}$ D) $\frac{17}{26}$ E) $\frac{10}{13}$

3.

$n \in \mathbb{N}$ ve $2 < n < 20$ olmak üzere,

$$(2x + 1)^n$$

açılımında ortanca terimin bulunmadığı bilinmektedir.

Buna göre, n sayısının 3'ün bir tam katı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

4.

Aşağıda üzerlerinde 1'den 100'e kadar doğal sayıların yazılı olduğu 100 tane kart gösterilmiştir.

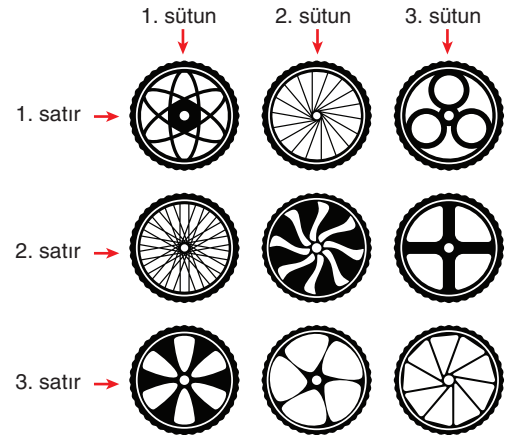


Zeynep, gösterilen kartlardan herhangi birini kartlara bakmadan çekecektir. Seçtiği karttaki sayı 3'ün veya 5'in tam katı olan bir sayı ise hediye kazanacaktır.

Zeynep'in çektiği karttaki sayının 2'nin bir tam katı olduğu bilindiğine göre, Zeynep'in hediye kazanma olasılığı yüzde kaçtır?

- A) 40 B) 44 C) 45 D) 46 E) 51

5.



9 farklı bisiklet jantının sergilendiği bir bisikletçiye gelen Emir, Osman ve Zehra adındaki üç arkadaş, birer jant beğenip satın alıyorlar.

Emir'in beğendiği jant 2. satırda, Osman'ın beğendiği jant 2. sütunda ve Zehra'nın beğendiği jant 3. sütunda bulunmaktadır.

Buna göre, bu kişilerden herhangi ikisinin aynı jantı satın alma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{2}{9}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{9}$

1) D

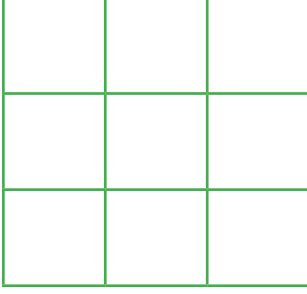
2) C

3) D

4) D

5) C

1.



1, 2, 3, 4 ve 5 rakamları yukarıda gösterilen 9 tane özdeş karenin beşine her rakam birer kez yazılacaktır.

Tek rakamların aynı satıra yazılacağı bilindiğine göre, bir satırın tamamen boş kalma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{3}{25}$ B) $\frac{2}{27}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{3}{8}$ E) $\frac{5}{12}$

2.

	Kadın	Erkek
Öğretmen	1	4
Doktor	3	2

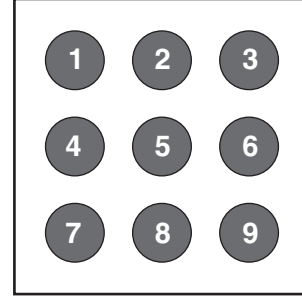
Yukarıdaki mesleklerde çalışan 10 kişilik bir gruptan 4 kişilik bir jüri seçilecektir.

Seçilen jüride her meslekten en az bir kişi olduğu biliniyor.

Buna göre, jürinin 3 kadın 1 erkekten oluşuyor olma olasılığı yüzde kaçtır?

- A) 24 B) 18 C) 15 D) 11 E) 10

3.



Can dolabının şifresini oluşturmak için şekildeki tuşları kullanarak her biri farklı satır ve sütunda olacak şekilde 3 sayıyı rastgele seçiyor.

Buna göre, Can'ın seçtiği sayıların çarpımının tek sayı olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{4}$

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

4. E örnek uzayında A ve B olayları verilsin.

$$P(A') = \frac{2}{5}, P(B') = \frac{1}{3} \text{ ve } P(A \cup B) = \frac{14}{15}$$

olduğuna göre, $P(A|B)$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{6}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{2}{7}$

5. Bir madeni para düzgün bir zemine dört kez atıldığında iki kez tura ve iki kez yazı geldiği biliniyor.

Buna göre, birinci atışın tura ve dördüncü atışın yazı gelmiş olma olasılığı kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{3}{5}$ E) $\frac{3}{4}$

1) C

2) D

3) C

4) D

5) A

1. TİP: SAĞDAN VE SOLDAN YAKLAŞMA

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere, x değişkeni a sayısına a 'dan küçük değerlerle artarak yaklaşıyorsa bu tür yaklaşıma **Soldan Yaklaşma** denir ve $x \rightarrow a^-$ şeklinde gösterilir.

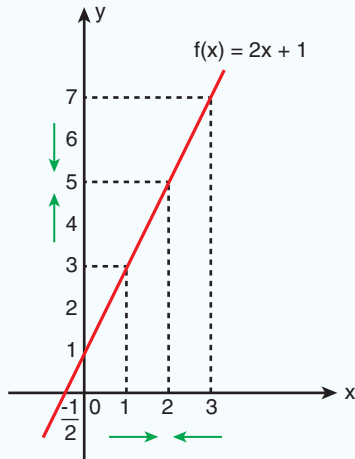
x değişkeni a sayısına a 'dan büyük değerlerle azalarak yaklaşıyorsa bu tür yaklaşıma **Sağdan Yaklaşma** denir ve $x \rightarrow a^+$ şeklinde gösterilir.

Şimdi bu yaklaşmayı fonksiyonlar üzerinde inceleyelim;
 $x \rightarrow 2$ 'ye yaklaşırken $f(x) = 2x + 1$ fonksiyonunun değişimini inceleyelim.

x	1	1,5	1,8	2	2,4	2,5	3
$f(x)$	3	4	4,6	5	5,8	6	7

Tablodan görülebileceği gibi x artan değerlerle 2'ye yaklaşırken $f(x)$ de artarak 5'e yaklaşır.

x azalan değerlerle 2'ye yaklaşırken $f(x)$ de azalan değerlerle 5'e doğru yaklaşır.



Grafikte görüldüğü gibi $x \rightarrow 2$ 'ye doğru yaklaşırken $f(x)$ fonksiyonunun görüntüsü 5'e yaklaşır.

1

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5 - 3x$$

fonksiyonunda x , 4'e doğru yaklaşırken f fonksiyonunun görüntüsü hangi sayıya yaklaşır?

2

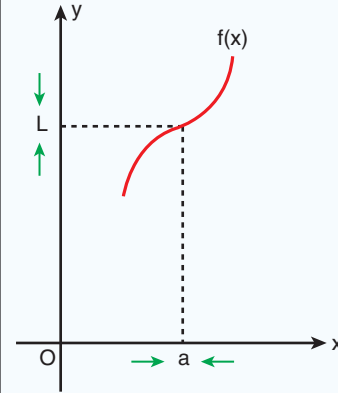
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - x$$

fonksiyonunda x , 3'e doğru yaklaşırken f fonksiyonunun görüntüsü hangi sayıya yaklaşır?

2. TİP: LİMİT TANIMI

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ya da $f: \mathbb{R} - \{a\} \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ şeklinde tanımlı bir f fonksiyonunda x değişkeni a 'ya soldan yaklaştığında $f(x)$ fonksiyonu L_1 gerçekte sayısına yaklaşıyorsa $f(x)$ in $x = a$ daki soldan limiti L_1 dir denir ve $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$ biçiminde gösterilir.



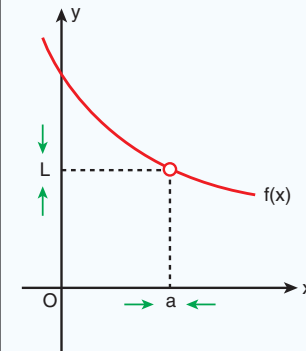
x değişkeni a 'ya sağdan yaklaştığında $f(x)$ fonksiyonu L_2 gerçekte sayısına yaklaşıyorsa $f(x)$ in $x = a$ daki sağdan limiti L_2 dir denir ve $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$ biçiminde gösterilir.

Bir fonksiyonun sağdan limiti soldan limitine eşit olsun ve L gerçekte sayı değerini alsın. Bu durumda fonksiyonun limiti vardır ve x , a 'ya yaklaşırken $f(x)$ fonksiyonunun limiti L 'dir denir.

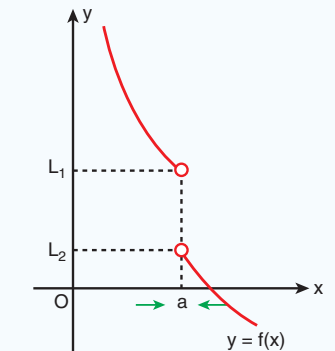
$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ olur.}$$

Sağdan ve soldan limitleri eşit değil ise fonksiyonun bu noktada limiti yoktur.

Yani, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$ ise $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ yoktur.



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L \text{ olduğundan, } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ olur.}$$



$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2 \text{ ve } L_1 \neq L_2 \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \text{ yoktur.}$$

SONUÇ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \in \mathbb{R}$ ise x , a 'ya yaklaşırken $f(x)$, L limitine yaklaşır.

Bu durumda,

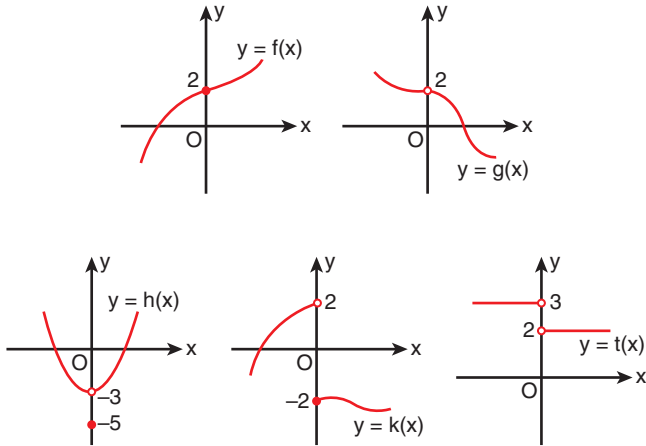
- $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ dir.
- $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$ dir.
- $f(a)$ tanımlı olmayabilir.
- Bu şartları sağlayan L reel sayısı bir tanedir.

1. TİP

1) -7

2) 6

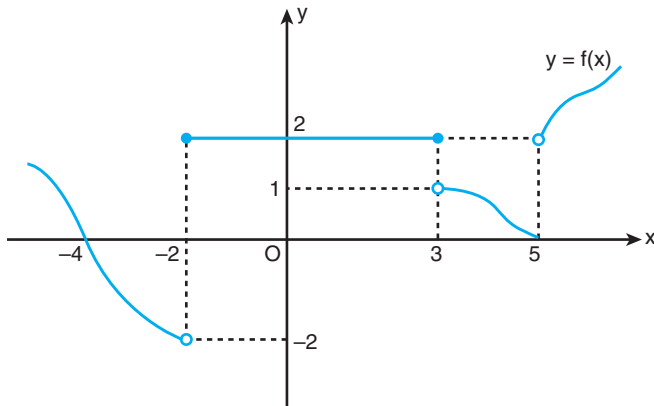
1



Yukarıda verilen fonksiyon grafiklerinin $x = 0$ için limitini inceleyiniz.

2

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



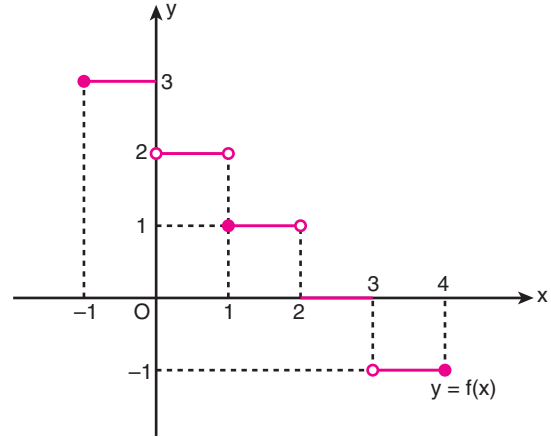
Buna göre,

- a) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$
d) $\lim_{x \rightarrow (-4)^+} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
g) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow -4} f(x)$ k) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$
l) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$ m) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$

limitleri varsa sonucunu bulunuz.

3

Aşağıda $[-1, 4]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

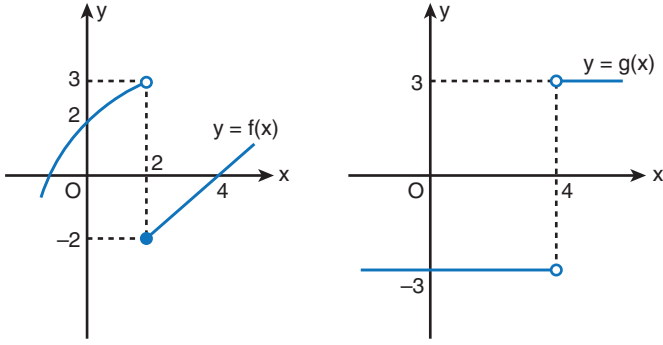
- a) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ c) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$
d) $\lim_{x \rightarrow \frac{5}{2}} f(x)$ e) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ f) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$
g) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} f(x)$ h) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

MOZ AKADEMİ

limitleri varsa sonucunu bulunuz.

2. TİP	1) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 2$, $\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow 0} k(x) = \text{Yoktur}$, $\lim_{x \rightarrow 0} t(x) = \text{Yoktur}$	2) a) 2 b) 0 c) 2 d) 0 e) -2 f) 2 g) 2 h) 0 k) Yoktur l) Yoktur m) Yoktur
	3) a) 2 b) 3 c) Yoktur d) 0 e) 3 f) -1 g) 3 h) Yoktur	

4



Yukarıda f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

$$a = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$b = \lim_{x \rightarrow 4^-} g(x)$$

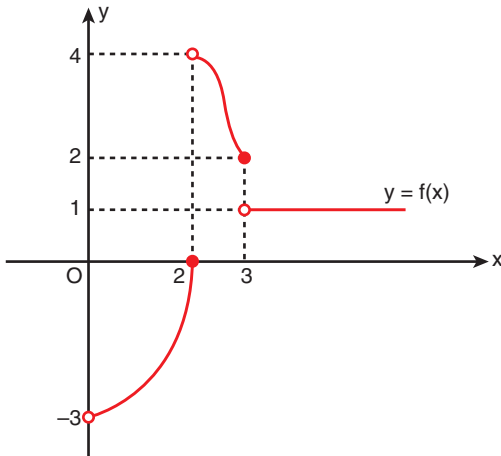
$$c = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

$$d = \lim_{x \rightarrow 2} g(x)$$

olduğuna göre, $\frac{a+d}{b+c}$ oranı kaçtır?

5

Aşağıda $(0, \infty)$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$a) \lim_{x \rightarrow 2^+} f(5-x)$$

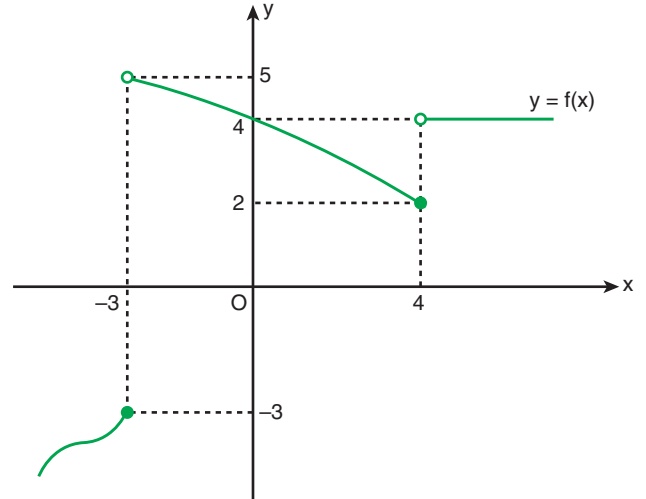
$$b) \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x+1)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 2^-} f\left(\frac{6}{x}\right)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 1^-} f(2x)$$

limitlerinin sonucunu bulunuz.

6



Yukarıda f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(5-x) + f(-3x)}{f(1-x)}$$

limitinin değeri kaçtır?

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

2. TİP

4) 5

5) a) 2 b) 4 c) 1 d) 0

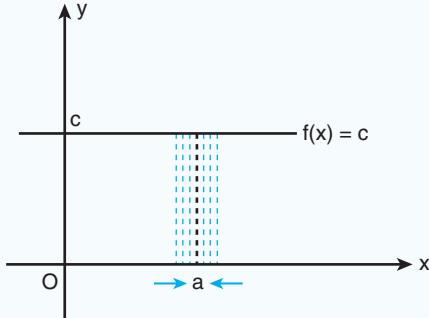
6) $-\frac{1}{4}$

3. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$a, c \in \mathbb{R}$ ve $f(x) = c$ sabit fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$$

olur.



Verilen grafikte, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = c$ dir.

4. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

polinom fonksiyonu olmak üzere her k gerçel sayısı için,

$$\lim_{x \rightarrow k} f(x) = f(k)$$

olur.

1

$$f(x) = x^2 - 5x - 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

1

$$\lim_{x \rightarrow -2} 4$$

limitinin sonucunu bulunuz.

2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = (a - 3)x + a + 2$$

fonksiyonu sabit fonksiyondur.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

MOZ AKADEMİ

2

$P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı -3 ve sabit terimi -1 'dir.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} P(x - 2) - \lim_{x \rightarrow 0} P(x + 1)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

3. TİP	1) 4	2) 5
--------	------	------

4. TİP	1) 21	2) 2
--------	-------	------

5. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ limitleri var ise,

- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
(İki fonksiyonun toplamının limiti, limitlerinin toplamıdır.)
- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
(İki fonksiyonun farkının limiti, limitlerinin farkıdır.)

1

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 4 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -1$$

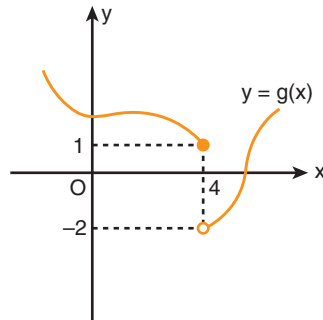
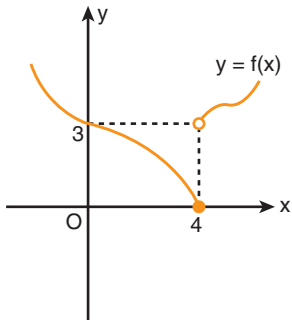
olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)]$$

limitinin sonucu kaçtır?

2

Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 4} [f(x) + g(x)]$$

limitinin sonucu kaçtır?

6. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

a ve c birer reel sayı olmak üzere,

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ limiti var ise,

$$\lim_{x \rightarrow a} (c \cdot f(x)) = c \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x)$$

(Bir fonksiyonun bir sabitle çarpımının limiti, fonksiyonun limitinin bu sabitle çarpımıdır.)

1

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 2 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -3$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} [2f(x) - 3g(x)]$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} [3f(x)] = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} [2 \cdot g(x - 1)] = 4$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$$

limitinin sonucunu bulunuz.

5. TİP 1) 5

2) 1

6. TİP 1) 13

2) 4

7. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ limitleri var ise,

- $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x)$
(İki fonksiyonun çarpımının limiti, limitlerinin çarpımıdır.)

- $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$ olmak üzere $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$
(İki fonksiyonun bölümünün limiti, bölünen limiti sıfıra eşit değilse bu fonksiyonların limitlerinin bölümüdür.)

1

$$f(x) = 1 - x - x^2$$

$$g(x) = x^2 + 2x + 4$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) \cdot g(x)]$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$$f(x) = x^3 - x$$

$$g(x) = x^2 + x + 2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x+1)}{g(x-1)} \right]$$

limitinin değeri kaçtır?

3

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)}{x^2 - 4} = 3$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]$$

limitinin değeri kaçtır?

8. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ var ve sıfırdan farklı ise $n \in \mathbb{Z}$ için,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x)]^n = \left[\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right]^n \text{ olur.}$$

(Bir fonksiyonun n. kuvvetinin limiti, limitinin n. kuvvetidir.)

1

$$\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 5)^{40}$$

limitinin değeri kaçtır?

2

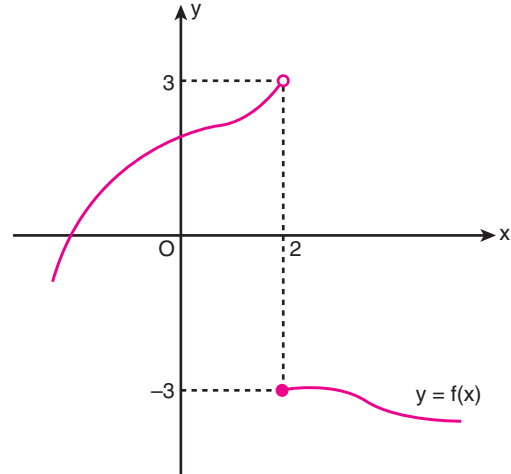
$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 5x + 2$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 4} f^5(x)$ limitinin değeri kaçtır?

3



Yukarıda verilen f fonksiyonunun grafiğine göre,

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 2} f^2(x) \text{ ve b) } \lim_{x \rightarrow 2} f^3(x)$$

limitlerinin cevabını bulunuz.

7. TİP	1) 3	2) 3	3) 1
--------	------	------	------

8. TİP	1) 1	2) -32	3) a) 9 b) Yoktur
--------	------	--------	-------------------

9. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ limiti var ve

I. n tek doğal sayı ise

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \text{ olur.}$$

II. n çift doğal sayı ise

$$f(x) \geq 0 \text{ ve } \lim_{x \rightarrow a} f(x) \geq 0 \text{ ise } \lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \text{ olur.}$$

1

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x + 3}$$

fonksiyonu veriliyor.

$a \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3 \text{ tür.}$$

Buna göre, a kaçtır?

2

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - x + 2}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$$

limitinin sonucunu bulunuz.

10. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ var ise

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow a} f(x) \right| \text{ olur.}$$

1

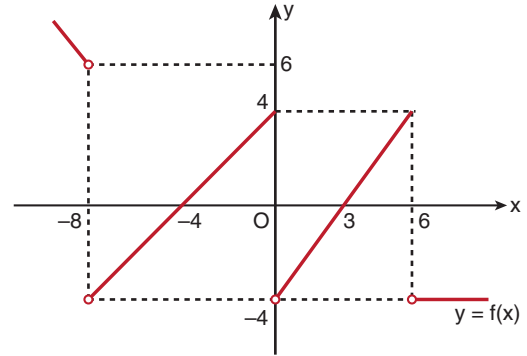
$$f(x) = |x^2 - 5x - 1|$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 3} |f(x)|$ limitinin değeri kaçtır?

2

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

a) $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$ b) $\lim_{x \rightarrow 8} |f(x)|$

c) $\lim_{x \rightarrow -8} |f(x)|$ d) $\lim_{x \rightarrow 3} |f(x)|$

limitlerinin cevabını bulunuz.

3

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = 2$$

olduğuna göre,

I. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$

II. $\lim_{x \rightarrow a} f^2(x) = 4$

III. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

9. TİP

1) 2

2) 2

10. TİP

1) 7

2) a) 4

b) 4

c) Yoktur

d) 0

3) Yalnız II

4

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} [1 - 2f(x)] = -5 \text{ ve}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} [f(x) - 1] = -4$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

I. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

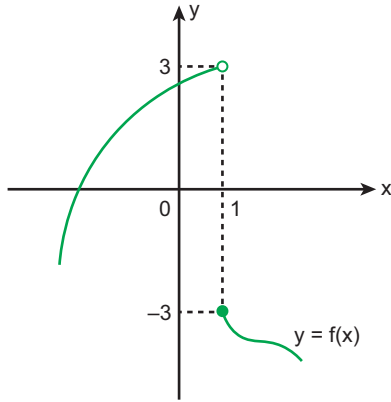
II. $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)|$

III. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$

ifadelerinden hangilerinin sonucu bir reel sayıya eşittir?

5

Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

a) $\lim_{x \rightarrow 1} f^2(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} |f(x)|$

limitlerinin sonucunu bulunuz.

11. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ limiti var ve $c \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} (c^{f(x)}) = c^{\lim_{x \rightarrow a} f(x)} \text{ olur.}$$

1

$$\lim_{x \rightarrow 2} 3^{6+x-x^2}$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} 4^{f(x)} = 8$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} [1 + 4f(x)]$$

limitinin değeri kaçtır?

3

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - 2g(x)] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [g(x) - 2f(x)] = 5$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow a} 2^{f(x)}$ limitinin değeri kaçtır?

10. TİP

4) II ve III

5) a) 9 b) 3

11. TİP

1) 81

2) 7

3) $\frac{1}{16}$

12. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ var ve $f(x) > 0$ olmak üzere,

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \in \mathbb{R}^+$, $b \neq 1$ ve $b \in \mathbb{R}^+$ ise

$\lim_{x \rightarrow a} (\log_b f(x)) = \log_b \left(\lim_{x \rightarrow a} f(x) \right)$ olur.

1

$$\lim_{x \rightarrow 2} [\log_3 (x^3 - x + 3)]$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{\log_2 (x^2 + 3x - 2) + 1} \right)$$

limitinin sonucunu bulunuz.

13. TİP: LİMİT FONKSİYONUNUN ÖZELLİKLERİ

a bir reel sayı olmak üzere,

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \sin x = \sin a$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \cos x = \cos a$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \tan x = \tan a \quad \left(a \neq \frac{\pi}{2} + \pi \cdot k, k \in \mathbb{Z} \right)$$

Yani, $\cos a \neq 0$ olmalıdır.

$$\bullet \lim_{x \rightarrow a} \cot x = \cot a \quad (a \neq \pi \cdot k, k \in \mathbb{Z}) \text{ olur.}$$

Yani $\sin a \neq 0$ olmalıdır.

1

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} [\sin x + \cos 2x]$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\sin 2x - \tan 3x)$$

limitinin değeri kaçtır?

3

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{12}} \left[\frac{\cos 4x}{\sin x \cdot \cos x} \right]$$

limitinin değeri kaçtır?

12. TİP	1) 2	2) 2
---------	------	------

13. TİP	1) 1	2) 2	3) 2
---------	------	------	------

14. TİP: BİLEŞKE FONKSİYONUNUN LİMİTİ

b ve c birer gerçel sayı olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = b \text{ ve } \lim_{x \rightarrow b} f(x) = c \text{ olsun.}$$

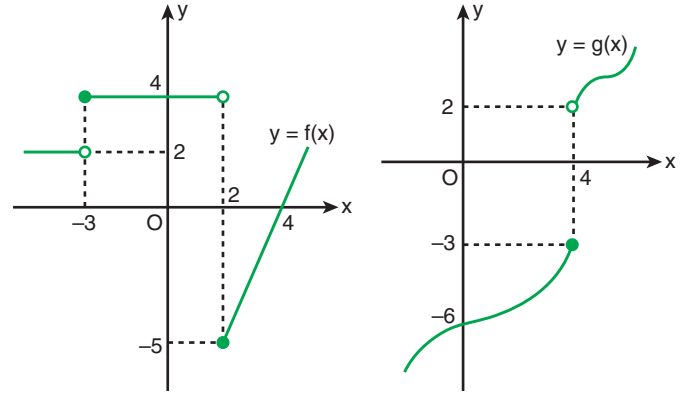
$$\lim_{x \rightarrow a} (f \circ g)(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(g(x)) = c \text{ olur.}$$

f fonksiyonu $x = b$ de tanımlı ve bu noktada limiti $f(b)$ ye eşit ise,

$$\lim_{x \rightarrow a} (f \circ g)(x) = f\left(\lim_{x \rightarrow a} g(x)\right) = f(b) \text{ olur.}$$

3

Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

a) $\lim_{x \rightarrow 4^+} (f \circ g)(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 4^-} (f \circ g)(x)$

c) $\lim_{x \rightarrow 4} (g \circ f)(x)$

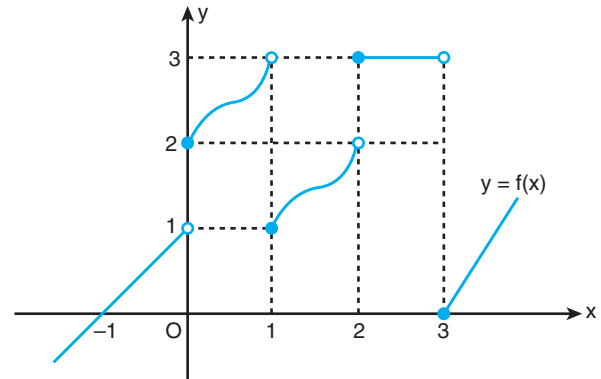
d) $\lim_{x \rightarrow 0} (f \circ g)(x)$

limitlerinin sonucunu bulunuz.

MOZ AKADEMİ

4

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

a) $\lim_{x \rightarrow 3^+} (f \circ f)(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} (f \circ f \circ f)(x)$

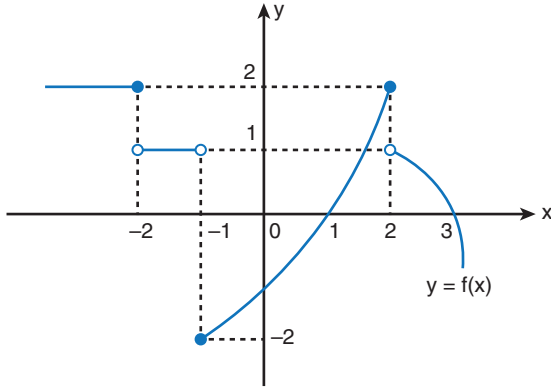
c) $\lim_{x \rightarrow 2^+} (f \circ f \circ f \circ f \circ f \circ f)(x - 1)$

limitlerinin sonucunu bulunuz.

14. TİP	1) 42	2) 8	3) a) -5 b) 2 c) -6 d) 2	4) a) 2 b) 3 c) 1
---------	-------	------	--------------------------	-------------------

5

Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$y = f(x)$ fonksiyonunun limitinin olmadığı noktaların apsiler toplamı a 'dır.

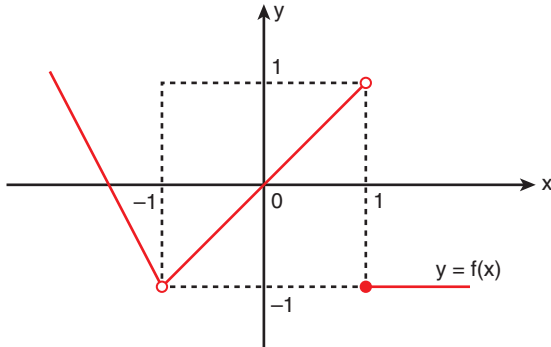
Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow a^+} (f \circ f)(x)$$

limitinin sonucu kaçtır?

6

Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (f \circ f)(x) = a \text{ dır.}$$

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow f(a)} f(x)$ limitinin sonucu kaçtır?

15. TİP: PARÇALI TANIMLI FONKSİYONLARIN LİMİTİ

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x < a \text{ ise} \\ c, & x = a \text{ ise} \\ h(x), & x > a \text{ ise} \end{cases}$$

şeklinde tanımlı fonksiyonlar için,

- $k \in \mathbb{R}$ ve $k < a$ ise $\lim_{x \rightarrow k} f(x) = \lim_{x \rightarrow k} g(x)$ olur.
- $k \in \mathbb{R}$ ve $k > a$ ise $\lim_{x \rightarrow k} f(x) = \lim_{x \rightarrow k} h(x)$ olur.
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ için ise $x = a$ değerine sağdan ve soldan yaklaşmalıyız.

Yani, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} h(x) = L_1 \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} g(x) = L_2 \in \mathbb{R} \text{ olsun.}$$

$L = L_1 = L_2$ olursa $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ vardır denir ve

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \text{ dir denir.}$$

$L_1 \neq L_2$ olursa $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ yoktur denir.

- $x = a$ sayısı sınır değeri olduğu için "kritik nokta" olarak adlandırılır.

1

$$f(x) = \begin{cases} x-7, & x \leq 3 \\ x+1, & x > 3 \end{cases} \text{ ve}$$

$$g(x) = \begin{cases} x+2, & x < 1 \\ 3x, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

- $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 3} |f(x)|$
- $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow (1)^-} (f \circ g)(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 3^+} (g \circ f)(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 1^+} (g \circ f \circ g)(x)$

limitlerinin sonucunu bulunuz.

14. TİP 5) 1

6) -1

15. TİP 1) a) 5 b) Yoktur c) 4 d) 1 e) 3 f) -4 g) 12 h) 12

2

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 2, & x < 1 \\ 4 - a + x, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasında limiti olduğuna göre, a kaçtır?

3

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - ax, & x < 1 \\ a - 1, & x = 1 \\ 5x + a, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasında limiti vardır.

Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

4

$$f(x) = \begin{cases} x - 2, & x < 3 \\ 2x + 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(4 - x) - \lim_{x \rightarrow 2^+} f\left(\frac{6}{x}\right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

5

$$f(x) = \begin{cases} 3x - m, & x < 0 \\ mx + n, & 0 \leq x < 2 \\ nx + 6, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun her noktada limiti vardır.

Buna göre, $m - n$ farkı kaçtır?

6

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{x}, & x < a \\ x - 1, & x \geq a \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonunun $x = a$ 'da limiti vardır.

f fonksiyonunun grafiği x eksenini kestiğine göre, a kaçtır?

7

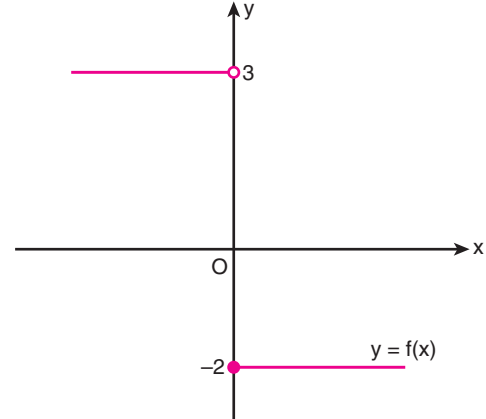
$$f(x) = \begin{cases} 3x, & x \leq 0 \\ 2x + 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$g(x) = (x - 2)^2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} (f \circ g)(x)$ limitinin değeri kaçtır?

8



$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 5x + 4, & x > 1 \\ 2x - 1, & x \leq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ g)(x)$ limitinin değeri kaçtır?

15. TİP	2) 3	3) -3	4) 6	5) 4	6) -2	7) 1	8) 3
---------	------	-------	------	------	-------	------	------

16. TİP: LİMİTTE BELİRSİZLİK DURUMU

Gerçek sayılarda tanımlı $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonları için

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ ve $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ olması durumunda $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$

limitinde $\frac{0}{0}$ belirsizliği ortaya çıkar.

Bu durumda f ve g fonksiyonları çarpanlarına ayrılarak belirsizlik giderilebilir.

Köklü ifadeler varsa eşlenikleri ile çarparak, trigonometrik ifadeler varsa trigonometrik özdeşlikler kullanılarak belirsizlikler giderilebilir.

1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 5x + 4}{x - 1} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{a^2 - x^2}{x - a} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

3

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{2 - 2x} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

4

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 5x + 4} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

5

$$\lim_{x \rightarrow 25} \left(\frac{x - 25}{5 - \sqrt{x}} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

6

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - 1} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

7

$$\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{2x^2 - x - 21}{x^2 - 9} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

8

$$\lim_{x \rightarrow -3} \left(\frac{\frac{x^2}{x+2} + 9}{x+3} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

9

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{ax + bx - a - b}{3 - 3x} \right) = -2$$

olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

16. TİP	1) -3	2) -2a	3) $-\frac{3}{2}$	4) 0	5) -10
	6) $\frac{7}{2}$	7) $\frac{13}{6}$	8) -3	9) 6	

10

$$\lim_{x \rightarrow y} \left(\frac{x^2 - xy}{x^2 - y^2} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

11

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 + x}{x}, & x \neq 0 \\ 3, & x = 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

12

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - x^2}{x^3 - 1}, & x < 1 \\ x - a, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonunun $x = 1$ 'de limiti olduğuna göre, a kaçtır?

13

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1 - \sqrt{2x - 3}}{x - 2} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

14

a ve L birer gerçektir.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+7} - a + 1}{x - 2} \right) = L$$

olduğuna göre, a kaçtır?

15

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\tan x - 1}{\sin x - \cos x} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

16

$$\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\cos^2 \alpha - \cos \alpha \cdot \sin \alpha}{\cos 2\alpha} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

17

$$\lim_{\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - \operatorname{cosec} \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

16. TİP

10) $\frac{1}{2}$

11) 1

12) $\frac{5}{3}$

13) -1

14) 4

15) $\sqrt{2}$ 16) $\frac{1}{2}$

17) 0

17. TİP: MUTLAK DEĞER FONKSİYONUNUN LİMİTİ

Mutlak değer içini sıfıra eşit yapan noktalar kritik noktalardır. Kritik noktalarda limit için sağdan ve soldan limitlere bakılır.

Kritik olmayan noktalar için limit, fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşittir.

1

$$\lim_{x \rightarrow 2} |x^2 - 4x - 1|$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - |x + 2|}{|x + 3| - 2} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

3

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{|2 - x|}{x - 2} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

4

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} \left(\frac{9 - x^2}{|x - 3|} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

5

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 - 1}{|x - 1|} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

6

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} \left(\frac{|x - 2| - |x + 6|}{x + 2} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

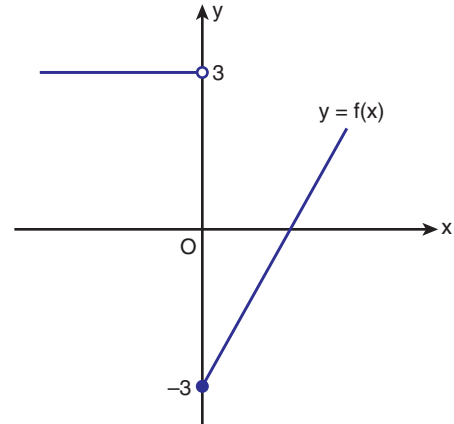
7

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \left(\frac{|x^2 - x|}{2x - 2} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

8

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)|$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(|x|)$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} f^2(x)$

limitlerinin sonuçları kaçtır?

17. TİP	1) 5	2) -1	3) 1	4) 6	5) Yoktur
	6) -2	7) $\frac{-1}{2}$	8) a) Yoktur	b) 3	c) -3 d) 9

18. TİP: SIKIŞTIRMA TEOREMİ

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \text{ olsun.}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \text{ için } f(x) \leq h(x) \leq g(x) \text{ ise}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} h(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x) \text{ olur.}$$

$$\text{Buradan } \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L \text{ elde edilir.}$$

1

$$f(x) = \sqrt{9 - x^2}$$

$$g(x) = \sqrt{9 + x^2}$$

fonksiyonları veriliyor.

Her $x \in [-3, 3]$ için,

$$f(x) \leq h(x) \leq g(x)$$

olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ limitinin sonucunu bulunuz.

2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

olduğunu gösteriniz.

19. TİP: LİMİTTE $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ EŞİTLİĞİ

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\sin bx} = \frac{a}{b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan ax}{\tan bx} = \frac{a}{b}$$

1

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 4x}{\sin 6x} \right)$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 3x}{\sin 2x} \right)$$

$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan^2 3x}{x \cdot \sin x} \right)$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x + \sin 3x}{\tan 2x} \right)$$

$$e) \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\alpha^2}{1 - \cos \alpha} \right)$$

$$f) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2x}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)} \right)$$

$$g) \lim_{\alpha \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2\alpha + \tan \alpha}{\sin 4\alpha} \right)$$

$$h) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2 2x}{3x^2} \right)$$

limitlerinin sonucunu bulunuz.

MOZ AKADEMİ

2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan 3x^2 + \sin^2 2x}{x^2} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x + \tan 3x + x}{x + \sin x + \tan x} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

19. TİP

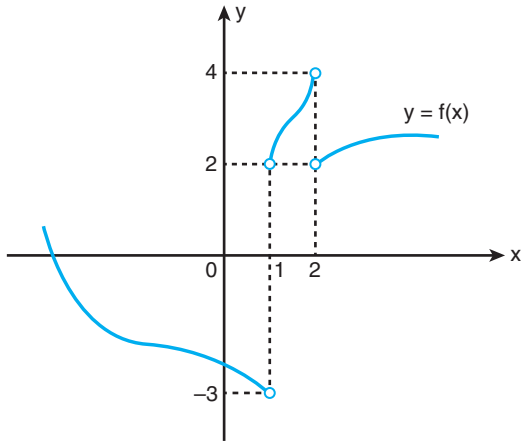
1) a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 9 d) 2 e) 2 f) 2 g) $\frac{3}{4}$ h) $\frac{4}{3}$

2) 7

3) 2

18. TİP 1) 3

1. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

- 2.

$$f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} + 3, & x < 1 \\ a + 3, & x = 1 \\ x^2 + a, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ 'de limiti olduğuna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

- 3.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\log_2(x+5)}{\log_3(12-x)} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{4}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

- 4.

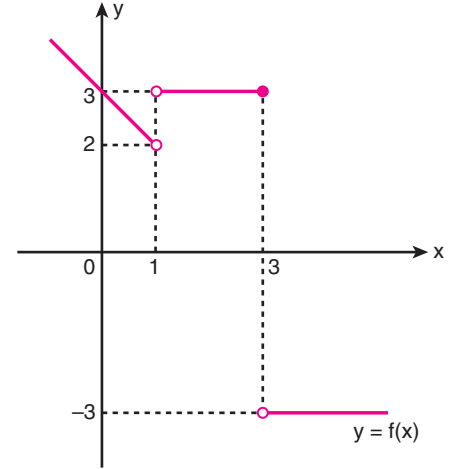
$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^3 - 1}{x^2 + 4x - 5} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 3

- 5.

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} [f(2-x) + f(3x)]$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 3

1) C

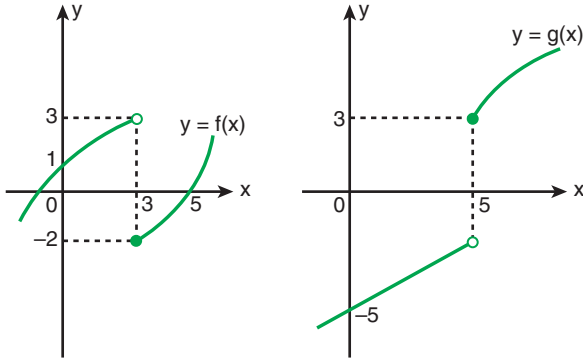
2) D

3) B

4) B

5) B

1. Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 5^+} (f \circ g)(x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) -1 D) 3 E) 5

2. $\lim_{x \rightarrow 2^+} [2 - f(x)] = 5$

$\lim_{x \rightarrow 2^-} [3f(x)] = 9$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

I. $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

II. $\lim_{x \rightarrow 2} f^2(x)$

III. $\lim_{x \rightarrow 2} |f(x)|$

ifadelerinden hangilerinin sonucu bir reel sayıya eşittir?

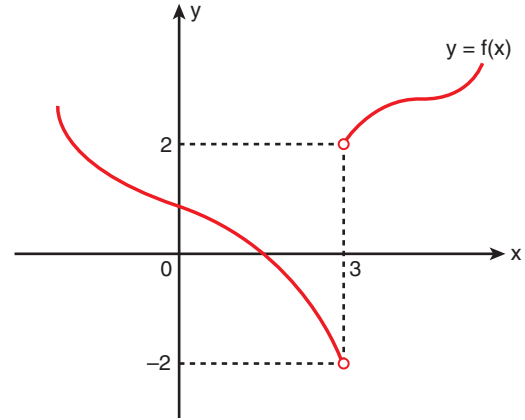
- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) II ve III

3. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{2x + |5x|}{x^2 + x} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

4. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1^+} 2^{f(4-x)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 4

1. $\lim_{x \rightarrow 3} 4^{\left(\frac{x^2-9}{x^2-2x-3}\right)}$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 16 B) 8 C) 4 D) 2 E) 1

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+\sqrt{x}-2}$

limitinin değeri kaçtır?

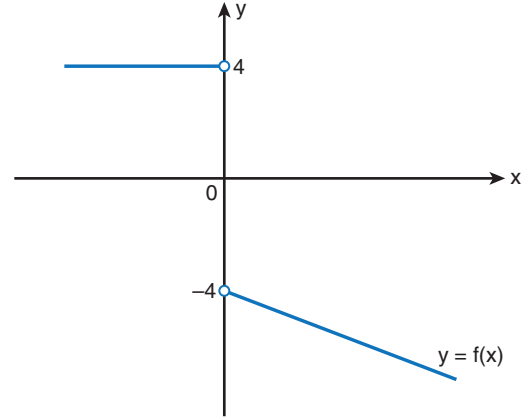
- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 1

3. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{\frac{6}{x^2-x} - 1}{x-3} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{-5}{6}$ B) $\frac{-4}{5}$ C) $\frac{-3}{4}$ D) $\frac{-2}{3}$ E) $\frac{-1}{2}$

4. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 2} f(|x-2|)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -2 C) 2 D) 4 E) Yoktur

5.

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

6.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 12$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2-4}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

1) B	2) C	3) A	4) A	5) A	6) C
------	------	------	------	------	------

1.
$$f(x) = \begin{cases} 2x - x^2 + m, & x < -2 \\ x + n, & -2 \leq x < 3 \\ x^2 - n, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun her noktada limiti vardır.

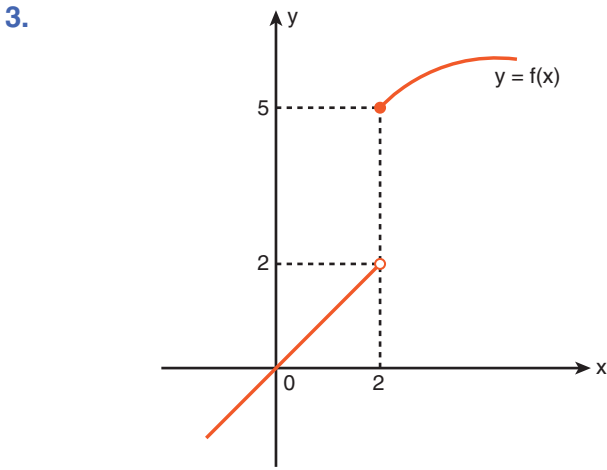
Buna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

2.
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} 5^{\frac{x-2}{|x-2|}}$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) 1 C) $\frac{1}{5}$ D) 5 E) 25



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(7 - f(x))$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 5

4. $f(x) = (x - 2)^{10} + (2x - 1)^{10}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} f^2(x)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 4 E) 6

5. $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + 3) = \lim_{x \rightarrow 1} [f(x) - g(x)] = 5$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} 2^{g(x)}$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 1 C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

6. $P(x)$, birinci dereceden bir polinomdur.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{P(x)} = 3$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{P(x)}{x^2 - 2x}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{1}{9}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

1) D	2) C	3) C	4) D	5) E	6) C
------	------	------	------	------	------

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ve

$$f(x) = 3x - 1$$

olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{f^{-1}(x)}{x^3 + 1} \right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

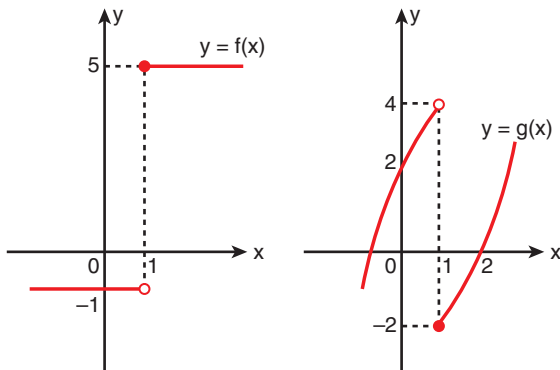
- A) 3 B) 2 C) 1 D)
- $\frac{1}{3}$
- E)
- $\frac{1}{9}$

2.
$$f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x < 2 \\ \frac{x+6}{x}, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 2^-} (f \circ f)(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 4

3. Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.Buna göre, $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)]$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{6x - \lim_{a \rightarrow 3} \left(\frac{a^2 - 9}{a - 3} \right)}{x^2 - 1} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) -1 D) 2 E) 3

5.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{1 - \sqrt{a - x}}$$

limitinin değeri sıfırdan farklı bir reel sayıya eşittir.

Buna göre, verilen limitin değeri kaçtır?

- A) -1 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

6.
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x} = 2$$

olduğuna göre,

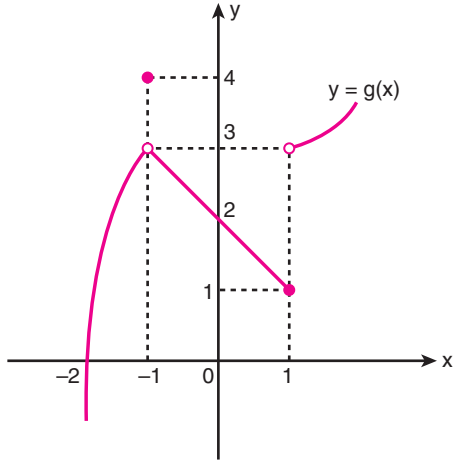
- I. $f(1) = 2$
 II. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2$
 III. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) > 2$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
 D) I ve III E) II ve III

1) E	2) E	3) C	4) E	5) C	6) B
------	------	------	------	------	------

1. Aşağıda g fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



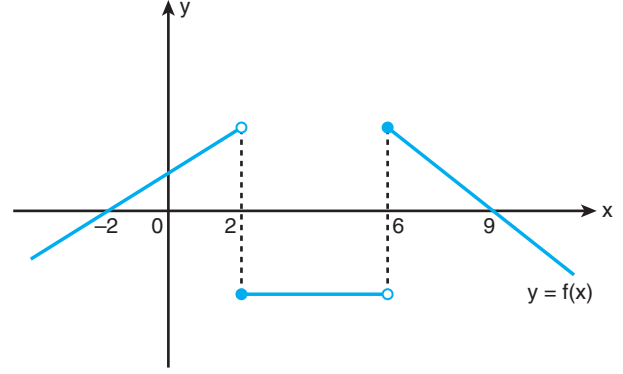
$$f(x) = \begin{cases} 4 + g(x), & \lim_{a \rightarrow x} g(a) \text{ varsa} \\ g(x) - 1, & \lim_{a \rightarrow x} g(a) \text{ yoksa} \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(1) - f(-1)$ farkının sonucu kaçtır?

- A) -8 B) -5 C) -3 D) -1 E) 2

3. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) \geq 0$ eşitsizliğini sağlayan kaç farklı a tam sayısı vardır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 5

2. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x) = x^2 + 3 \cdot \lim_{x \rightarrow 1} P(x)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

- A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{3}$ C) $-\frac{1}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) 2

4. $\lim_{a \rightarrow 1} \left(\frac{a^2 - \sqrt{a}}{a - 1} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

1. TİP: SÜREKLİLİK TANIMI

$A \subseteq \mathbb{R}$ ve $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ bir fonksiyon olsun.

$a \in A$ olmak üzere, $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ ise f fonksiyonu $x = a$ noktasında süreklidir denir.

Eğer f fonksiyonu A kümesinin her noktasında sürekli ise fonksiyon A üzerinde süreklidir denir.

Yukarıdaki tanıma göre bir f fonksiyonunun $x = a$ noktasında sürekli olması için,

- a) f fonksiyonu $x = a$ noktasında tanımlı olmalıdır.
- b) f fonksiyonunun a noktasında limiti olmalıdır.
- c) Fonksiyonun a noktasındaki limiti a noktasındaki fonksiyon değerine eşit olmalıdır.

Bir $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $a \in A$ noktasında sürekli değil ise fonksiyona bu noktada süreksizdir denir.

1

$f(x)$ sürekli bir fonksiyon,

$$\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 5$$

olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

2

f gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir fonksiyondur.

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

- I. f fonksiyonu $x = 1$ de süreklidir.
- II. $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ dir.
- III. $f(1) = f(3)$ tür.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

3

Gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı artan ve sürekli bir f fonksiyonu için

- $f(-5) \cdot f(-2) > 0$
- $f(-2) \cdot f(2) = 0$

Buna göre,

- I. $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 0$
- II. $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) < \lim_{x \rightarrow -2} f(x)$
- III. $f(3) > 0$

ifadelerinden hangileri daima doğrudur?

MOZ AKADEMİ

4

f , gerçel sayılarda tanımlı bir fonksiyondur.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = |f(1)|$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

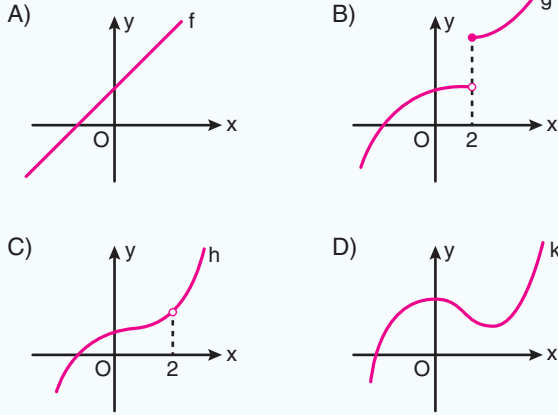
- I. $y = |f(x)|$
- II. $y = f^2(x)$
- III. $y = -f(x)$

fonksiyonlarından hangileri $x = 1$ de kesinlikle süreklidir?

1. TİP	1) 5	2) I ve II	3) I, II ve III	4) I ve II
--------	------	------------	-----------------	------------

2. TİP: GRAFİKLERİ VERİLEN FONKSİYONLARIN SÜREKLİLİĞİ

Tanım kümesi üzerinde grafiği, kalemi kaldırmadan tek bir sürekli hareketle çizilebilen herhangi bir $y = f(x)$ fonksiyonu sürekli bir fonksiyondur.



Yukarıdaki basit tanıma bakarak f ve k fonksiyonlarının gerçel sayılarda sürekli olduğunu söyleriz.

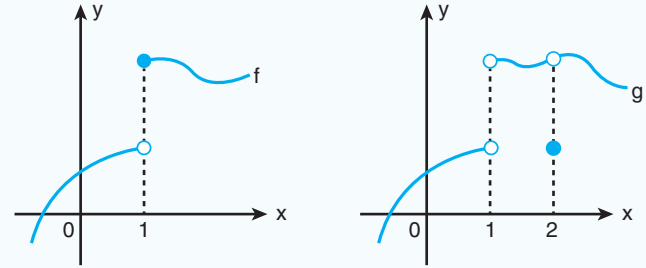
g ve h fonksiyonlarının sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{2\}$ dir.

Fakat 2 sayısının çıkarılma sebebi iki fonksiyon için farklıdır.

g fonksiyonu $x = 2$ için süreksizdir. h fonksiyonunun $x = 2$ için sürekliliği incelenmez çünkü fonksiyon bu noktada tanımlı değildir.

Bir fonksiyonun tanımlı olmadığı nokta veya aralıklarda sürekliliği incelenmez.

Basit bir örnekle anlatalım;



Yukarıda grafiği verilen f ve g fonksiyonlarının,

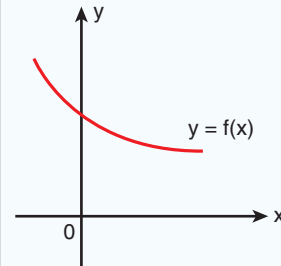
- Sürekli oldukları en geniş kümeyi bulunuz.
- Süreksiz oldukları noktaları bulunuz.

Çözüm

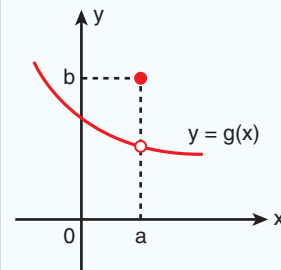
- f fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme; $\mathbb{R} - \{1\}$ dir.
g fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme; $\mathbb{R} - \{1, 2\}$
- f fonksiyonunun süreksiz olduğu noktalar; $\{1\}$
g fonksiyonunun süreksiz olduğu noktalar; $\{2\}$

($x = 1$ sayısı g fonksiyonunun tanımlı olduğu bir noktaya ait olmadığından g fonksiyonunun bu noktadaki sürekliliğini incelemedik.)

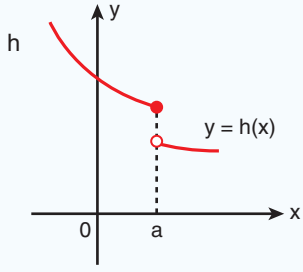
Sonuç



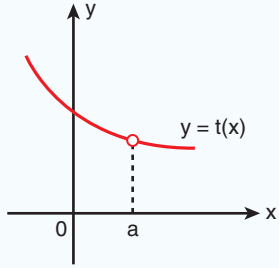
Yanda grafiği verilen f fonksiyonu her x gerçek sayısı için tanımlı ve her noktadaki limiti fonksiyonun o noktadaki görüntüsüne eşit olacağından fonksiyon her x gerçek sayısı için süreklidir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R}$ olur.



Yanda grafiği verilen g fonksiyonu $x = a$ apsisli noktasında tanımlı ve limite sahip olmasına rağmen bu noktadaki limiti görüntüsüne eşit olmadığından g fonksiyonu $x = a$ apsisli noktasında sürekli değildir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$ olur.



Yanda grafiği verilen fonksiyonu $x = a$ apsisli noktada tanımlı olmasına rağmen bu noktada limiti olmadığından fonksiyon $x = a$ apsisli noktada sürekli değildir. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$ olur.



Yanda grafiği verilen t fonksiyonu $x = a$ apsisli noktada tanımlı olmadığından a değeri fonksiyonun sürekli olduğu en geniş kümenin bir elemanı olamaz. Bu durumda fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - \{a\}$ olur.

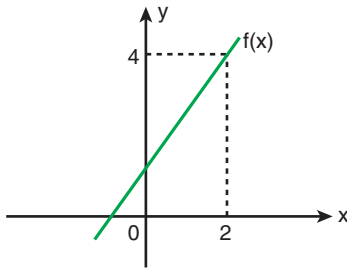
(Fonksiyon $x = a$ da tanımlı olmadığı için fonksiyonun $x = a$ daki sürekliliğine bakılmaz.)

Yani, f fonksiyonu $x = a$ da süreksizdir diyemeyiz.

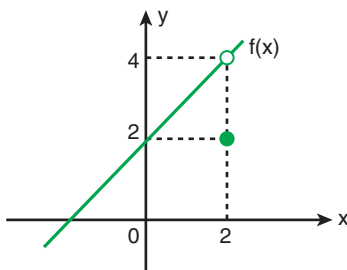
1

Aşağıdaki fonksiyonların $x = 2$ apsisli noktadaki sürekliliklerini inceleyiniz.

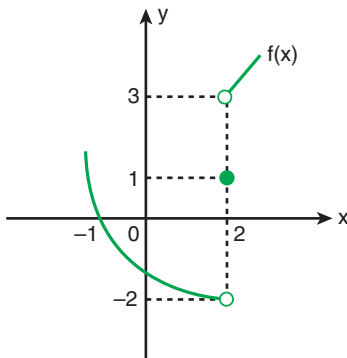
a)



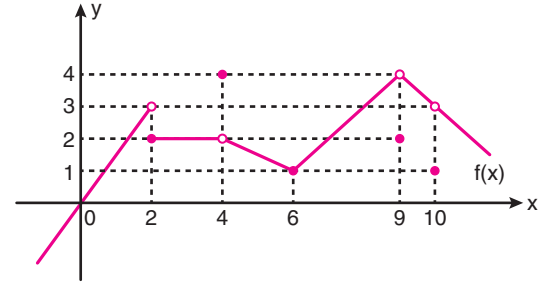
b)



c)



2

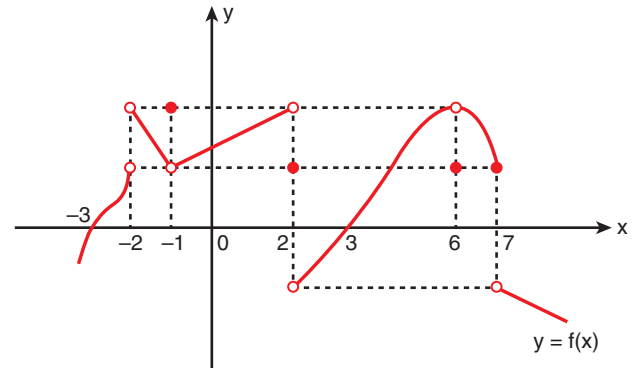


$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonu kaç noktada süreksizdir?

3

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun limiti olduğu halde süreksiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?

2. TİP

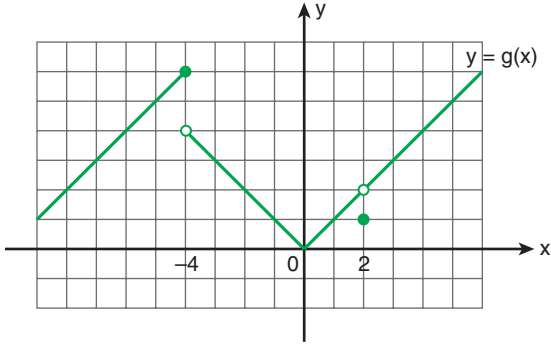
1) a) Sürekli b) Süreksiz c) Süreksiz

2) 4

3) 5

4

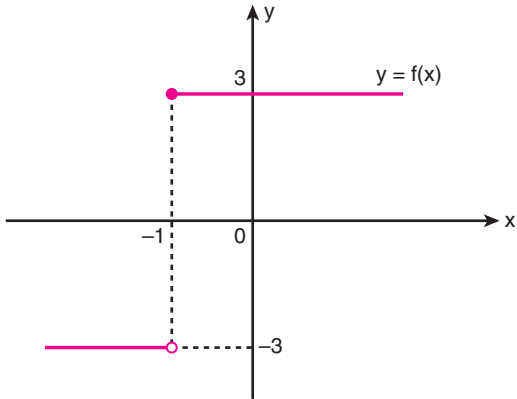
Aşağıda $y = g(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = g(3x - 1)$ fonksiyonunun süreksiz olduğu noktaların apsisi toplamı kaçtır?

5

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



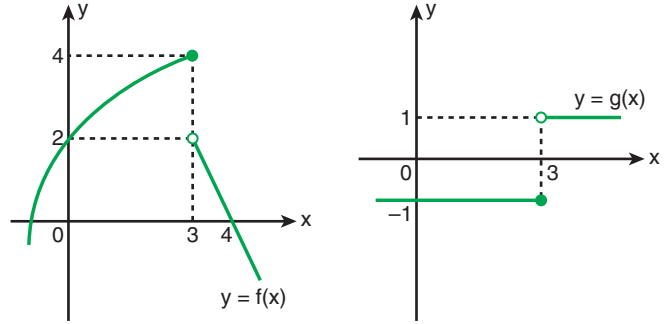
Buna göre,

- I. $f(-x)$
- II. $f(|x|)$
- III. $|f(x)|$

fonksiyonlarından hangileri gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir?

6

Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



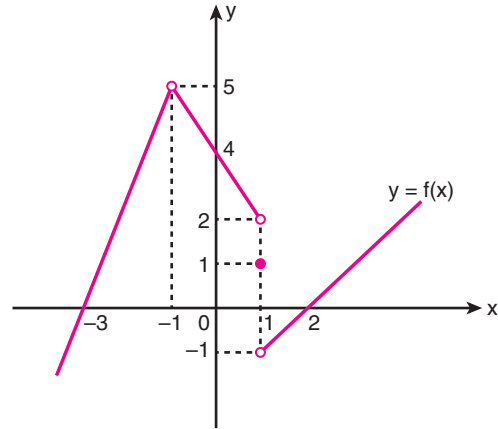
Buna göre,

- a) $f(x)$
- b) $-g(x)$
- c) $f(x) + g(x)$
- d) $f(x) - g(x)$

fonksiyonlarından hangileri $x = 3$ noktasında süreklidir?

MOZ AKADEMİ

7



Şekilde $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

$$\frac{\lim_{x \rightarrow 3^+} f(4 - x)}{\lim_{x \rightarrow 1^+} (f \circ f)(x)}$$

limitinin değeri kaçtır?

2. TİP	4) 0	5) II ve III	6) c) $f(x) + g(x)$	7) $\frac{2}{5}$
--------	------	--------------	---------------------	------------------

3. TİP: SÜREKLİ FONKSİYONLARIN ÖZELLİKLERİ

f ve g fonksiyonları $x = a$ noktasında sürekli fonksiyonlar olsun.

1. $(f + g)$ toplamı $x = a$ da sürekli.
2. $(f - g)$ farkı $x = a$ da sürekli.
3. $(f \cdot g)$ çarpımı $x = a$ da sürekli.
4. $k \in \mathbb{R}$ için $k \cdot f(x)$, $x = a$ da sürekli.
5. $g(a) \neq 0$ ise $\frac{f}{g}$ bölümü $x = a$ da sürekli.
6. $f(x) \geq 0$ olmak üzere $\sqrt{f(x)}$ fonksiyonları da $x = a$ noktasında sürekli.
7. f fonksiyonu, $x = a$ noktasında sürekli ve g fonksiyonu da $f(a)$ noktasında sürekli ise $(g \circ f)$ bileşkesi $x = a$ noktasında sürekli.
8. Polinom fonksiyonlar $\mathbb{R}$ 'de sürekli.
9. Trigonometrik fonksiyonlar tanımlı oldukları aralıkta sürekli.

1

Gerçek sayılarda tanımlı olan f ve g fonksiyonları için $L \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) + g(x)] = f(1) + g(1) = L$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

- f fonksiyonu $x = 1$ 'de sürekli.
- $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = g(1)$ dir.
- $(f + g)(x)$ fonksiyonu $x = 1$ 'de sürekli.

Öncüllerinde verilen bilgilerden hangileri kesinlikle doğrudur?

2

f gerçel sayılar kümesinde tanımlı ve

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) - 6$$

eşitliği veriliyor.

$y = |f(x)|$ fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olduğuna göre, $f(2)$ kaçtır?

3

f gerçel sayılar kümesinde sürekli bir fonksiyon, g gerçel sayılar kümesinde tanımlı bir fonksiyondur.

$$f(1) = g(1) = 3 \text{ tür.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre,

- $\lim_{x \rightarrow 1} (f \circ g)(x) = f(2)$ dir.
- $\lim_{x \rightarrow 1} (g \circ f)(x) = g(3)$ tür.
- $\lim_{x \rightarrow 1} (f(x) + g(x)) = 5$ tir.

Öncüllerinde verilen bilgilerden hangileri kesinlikle doğrudur?

MOZ AKADEMİ

4

Gerçel sayılar kümesi üzerinde f ve $f + g$ fonksiyonları sürekli.

Buna göre,

- $\lim_{x \rightarrow 1} g(x)$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{f(x)}$

İfadelerinden hangilerinin sonucu kesinlikle bir reel sayıya eşittir?

3. TİP	1) Yalnız III	2) 3	3) I ve III	4) Yalnız I
--------	---------------	------	-------------	-------------

4. TİP: RASYONEL FONKSİYONLARIN SÜREKLİLİĞİ

f ve g reel sayılarda sürekli iki fonksiyon olsun.

Bu durumda, $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ fonksiyonunda paydayı sıfır yapan

x değerleri reel sayılardan çıkarılarak fonksiyonun sürekli olduğu en geniş küme bulunur.

1

$$f(x) = \frac{x-1}{|x-3|-5}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralığı bulunuz.

2

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-8x-5}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık $\mathbb{R} - \{a, b\}$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

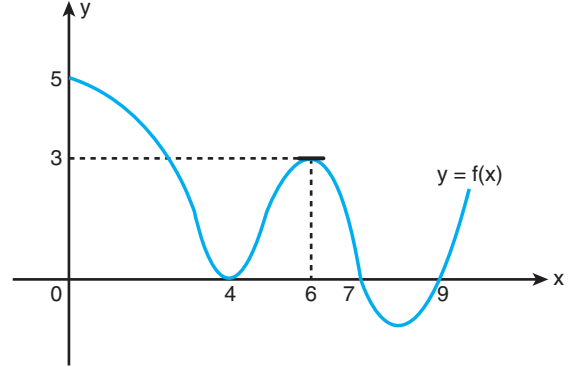
3

$$f(x) = \frac{x}{x^2 + mx + 10}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, m 'nin alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

4

Aşağıda gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir f fonksiyonunun belli bir kısmının grafiği verilmiştir.



f fonksiyonu bir çift fonksiyondur.

$g(x) = \frac{x+1}{f(x)-3}$ fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme

$\mathbb{R} - A$ dır.

Buna göre, A kümesi kaç elemanlıdır?

MOZ AKADEMİ

5

$f(x)$ her noktada sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$g(x) = \frac{|f(x)|}{f(x)}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, g fonksiyonu için

- I. Her noktada tanımlıdır.
- II. Limitinin olmadığı nokta sayısı, $f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesinin eleman sayısıdır.
- III. $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < 0$ ise g fonksiyonu sabit fonksiyondur.

öncüllerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

4. TİP	1) $\mathbb{R} - \{-2, 8\}$	2) 8	3) 6	4) 6	5) Yalnız III
--------	-----------------------------	------	------	------	---------------

5. TİP: PARÇALI FONKSİYONLARDA SÜREKLİLİK

g, h, k sürekli fonksiyon olsunlar.

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x \leq a \text{ ise} \\ h(x), & a < x \leq b \text{ ise} \\ k(x), & x > b \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonunun $\mathbb{R}$ 'de sürekli olması için, kritik noktalarında ($x = a$ ve $x = b$ 'de) soldan ve sağdan limit değerleri ile fonksiyon değeri eşit olmalıdır.

1

$$f(x) = \begin{cases} 2x - m, & x < 2 \\ 3, & x = 2 \\ n - x, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+1}{a}, & x \leq 3 \\ \frac{a}{3x}, & x > 3 \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 3$ 'te sürekli dir.

Buna göre, a 'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

3

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 5, & x > 2 \\ a \cdot (x+1) + b, & -1 < x \leq 2 \\ 2x^3 + x + 7, & x \leq -1 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli dir.

Buna göre, a kaçtır?

4

$$a) f(x) = \begin{cases} 9 - x^2, & x < 3 \\ 6 - 2x, & x \geq 3 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1, & x < 2 \\ 3, & x = 2 \\ 2x - 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$c) h(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ \sqrt{x}, & x > 1 \end{cases}$$

$$d) m(x) = |x^2 - 4|$$

$$e) n(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1}, & x \neq 1 \\ 1, & x = 1 \end{cases}$$

$$f) t(x) = \begin{cases} 2x, & x < 2 \\ 3x - 2, & 2 \leq x < 3 \\ 2x - 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

fonksiyonlarından hangileri gerçel sayılar kümesinde sürekli dir?

MOZ AKADEMİ

5

$$f(x) = \begin{cases} \log_3 k + \log_9 x, & x < k \\ 3, & x = k \\ x - a, & x > k \end{cases}$$

fonksiyonu $x = k$ 'da sürekli dir.

Buna göre, a kaçtır?

5. TİP	1) 6	2) -36	3) $\frac{5}{3}$	4) f, g, h ve m	5) 6
--------	------	--------	------------------	-----------------	------

6

$$f(x) = \begin{cases} 2x - m, & x < 3 \\ n + 1, & x = 3 \\ 2m + x, & x > 3 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 3$ 'te limiti olup fonksiyon bu noktada süreksizdir.

Buna göre, $m + n$ toplamı kaç olamaz?

7

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - a, & x < 1 \\ f(2), & x = 1 \\ bx + 4, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

f fonksiyonu $x = 1$ 'de sürekli olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

8

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+4x-5}, & x \neq 1 \\ a-1, & x = 1 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

Buna göre, a kaçtır?

9

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|2x-2|}{x-1}, & x < 1 \\ b, & x = 1 \\ 3x - a, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde süreklidir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

10

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x + 6, & x < k \\ x^2, & x \geq k \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

$f(x) = 0$ denkleminin çözüm kümesi 2 elemandan oluştuğuna göre, k kaçtır?

11

$$f(x) = \begin{cases} x + 2, & x < a \\ x^2, & x \geq a \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

f fonksiyonu bire bir olduğuna göre, a kaçtır?

5. TİP

6) 5

7) 2

8) $\frac{7}{6}$

9) 3

10) -2

11) 2

12

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 10, & x \neq 4 \\ -6, & x = 4 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \neq 4 \\ -1, & x = 4 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

- a) $f(x)$ b) $g(x)$ c) $-g(x)$
d) $f(x) - g(x)$ e) $f(x) \cdot g(x)$ f) $f(x) - 6 \cdot g(x)$

fonksiyonlarından hangileri $x = 4$ 'te süreklidir?

13

 $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x}, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ 2x - 1, & x > 0 \end{cases}$$

Buna göre,

- I. f fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.
II. f fonksiyonunun her noktada limiti vardır.
III. $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

14

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+12}{x}, & x < a \\ 2x - a, & x \geq a \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

15

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \neq 3 \\ 3, & x = 3 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 3x - a, & x < 3 \\ 3, & x = 3 \\ x + b, & x > 3 \end{cases}$$

fonksiyonları veriliyor.

 $y = (g \circ f)(x)$ fonksiyonu $x = 3$ için sürekli olduğuna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

16

$$f(x) = \begin{cases} x + 4, & x \leq a \\ x^2 - x + 1, & x > a \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli bir fonksiyondur.

Buna göre, $f(2)$ en az kaçtır?

5. TİP	12) e ve f	13) Yalnız II	14) 9	15) -6	16) 3
--------	------------	---------------	-------	--------	-------

1. $f(x) = x \cdot |x - 2|$
 $g(x) = \sqrt{x - 3}$
 $h(x) = \frac{3}{x - 1}$

fonksiyonlarından hangileri gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir?

- A) Yalnız f B) Yalnız g C) f ve g
D) f ve h E) g ve h

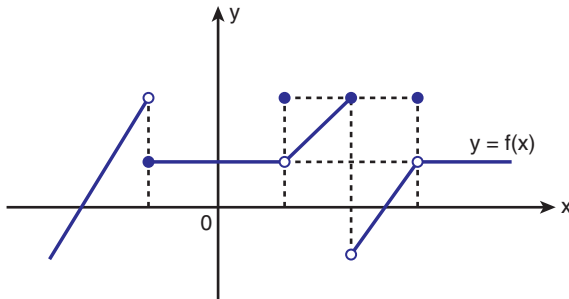
2. $f(x) = \begin{cases} 6 - ax, & x < -2 \\ b - 2, & x = -2 \\ x^2 + x, & x > -2 \end{cases}$

fonksiyonu $x = -2$ 'de süreklidir.

Buna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -6 D) 3 E) 5

3. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun süreksiz olduğu kaç nokta vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|}{x-2}, & x < 1 \\ -1, & x \geq 1 \end{cases}$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[1, \infty)$ B) $(-\infty, 1]$ C) $\mathbb{R}$
D) $\mathbb{R} - \{1\}$ E) $(-1, 1)$

5. $f(x) = \sqrt[3]{x-2} + \frac{x-1}{x^2-3x-6}$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık $\mathbb{R} - A$ 'dır.

Buna göre, A kümesinin elemanları toplamı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $f(x) = \begin{cases} x + a, & x > 1 \\ b - 2, & x = 1 \\ 5x - a, & x < 1 \end{cases}$

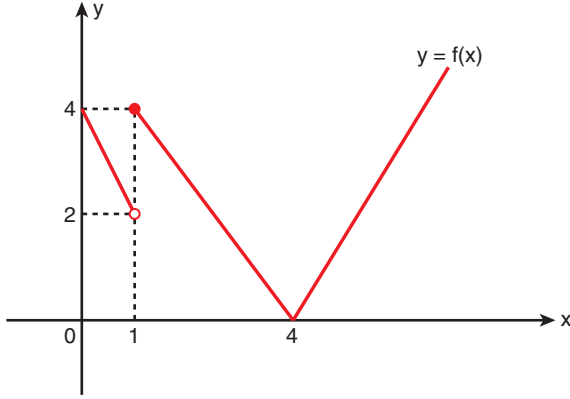
fonksiyonunun $x = 1$ 'de limiti olup fonksiyon bu noktada süreksizdir.

Buna göre, $a + b$ toplamı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

MOZ
AKADEMİ

1. Aşağıda gerçel sayılar üzerinde tanımlı bir f fonksiyonunun grafiğinin bir kısmı gösterilmiştir.



f fonksiyonu, bir çift fonksiyondur.

$g(x) = \frac{x}{3 - f(x)}$ fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş küme $\mathbb{R} - A$ 'dır.

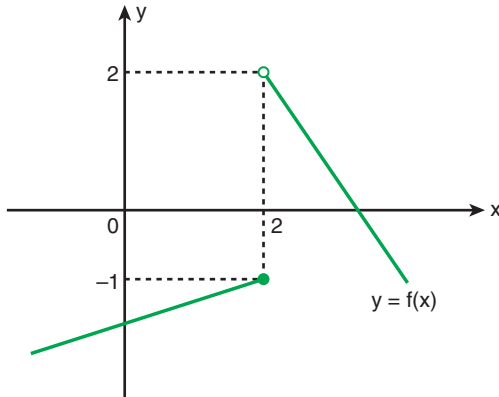
Buna göre, A kümesi kaç elemanlıdır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 10

2. f ve g gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı birer fonksiyon olmak üzere,

$$h(x) = f(x) + g(x)$$

h fonksiyonu her $x \in \mathbb{R}$ için süreklidir.



$$\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = 3$$

olduğuna göre, $g(2)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

- 3.

$$f(x) = \frac{x+1}{x^2 + ax + b}$$

f fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık $\mathbb{R} - \{-3\}$ tür.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 12 D) 14 E) 15

- 4.

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases}$$

f fonksiyonları veriliyor.

Buna göre,

I. $f(x) \cdot g(x)$

II. $g(x) - f(x)$

III. $f(x) + g(x)$

f fonksiyonlarından hangileri $x = 0$ 'da süreklidir?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) Yalnız III
D) I ve II E) I ve III

1) D

2) C

3) E

4) E

1. f gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve

$$f(0) + 12 = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

eşitliği veriliyor.

$y = |f(x)|$ fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) 4 D) 6 E) 12

2. f gerçel sayılar kümesi üzerinde tanımlı bir fonksiyondur.

$$\lim_{x \rightarrow a} |f(x)| = 1 \text{ dir.}$$

Buna göre,

I. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = 1$ dir.

II. $\lim_{x \rightarrow a} f^2(x) = 1$ dir.

III. $f(a) = 1$ ise f fonksiyonu $x = a$ da sürekli.

ifadelerinden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

3. f gerçel sayılar kümesinde sürekli bir fonksiyon,
g gerçel sayılar kümesinde tanımlı bir fonksiyondur.

$$f(0) = g(0) = 2 \text{ dir.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 3 \text{ tür.}$$

Buna göre,

I. $\lim_{x \rightarrow 0} (f \circ g)(x) = f(3)$ tür.

II. $\lim_{x \rightarrow 0} (g \circ f)(x) = g(2)$ dir.

III. $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x)) = 5$ tir.

öncüllerinde verilen bilgilerden hangileri kesinlikle doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) I ve III E) II ve III

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

- 4.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x| + 3x}{x}, & x < 0 \\ a + b, & x = 0 \\ bx - a, & x > 0 \end{cases}$$

f fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli olduğuna göre, $\lim_{x \rightarrow b} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 18 E) 20

1) A	2) B	3) D	4) D
------	------	------	------

1.
$$f(x) = \begin{cases} 4 - x, & x < 1 \\ a + b, & x = 1 \\ x^2 + x + a, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu $x = 1$ 'de süreklidir.

Buna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

2.
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & x < 2 \\ x^3 + a, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

3. f sürekli bir fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 3} [2x - f(x)] = 10$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} [x - f(x + 2)]$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

4.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{4 - x^2}{2 - x}, & x \neq 2 \\ a + 1, & x = 2 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde süreklidir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 4 B) 3 C) 2 D) 1 E) 0

5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a, & x < 1 \\ x^2 - x - 3, & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 + b, & x > 2 \end{cases}$$

fonksiyonu sadece bir noktada süreksizdir.

Buna göre, $a \cdot b$ çarpımının değeri aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) -12 B) -16 C) -18 D) -20 E) -25

6.
$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - a^3}{x - a}, & x < a \\ 8 + x^2, & x \geq a \end{cases}$$

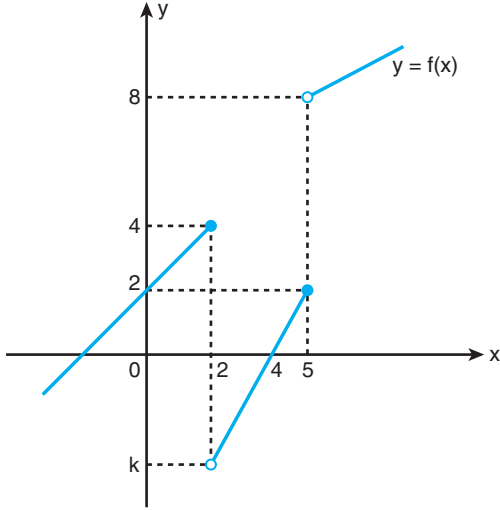
fonksiyonu $x = a$ 'da süreklidir.

Buna göre, a 'nın alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

- A) -1 B) -3 C) -4 D) -9 E) -16

1) C	2) D	3) A	4) B	5) E	6) C
------	------	------	------	------	------

1. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$g(x) = f(x) + f(x-3)$$

fonksiyonu veriliyor.

$y = g(x)$ fonksiyonu $x = 5$ 'te sürekli olduğuna göre,

$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ limitinin değeri kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x + a}{x - 4}, & x \neq 4 \\ b, & x = 4 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -8 B) -5 C) -2 D) 1 E) 4

4.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - x - 12}{x + 3}, & x \neq -3 \\ a + 1, & x = -3 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesi üzerinde sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -8 B) -7 C) -6 D) -5 E) -4

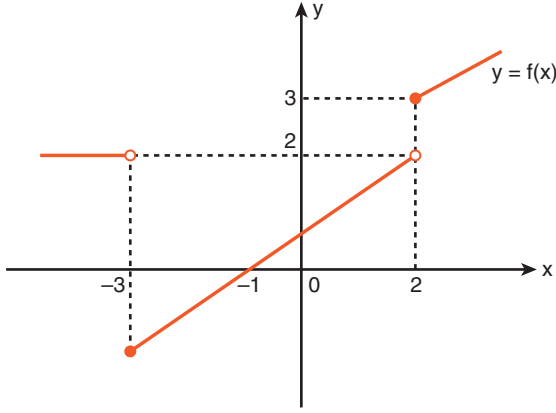
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < -1 \\ 3x + 1, & -1 \leq x \leq 1 \\ x^2 + x + 2, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \{-1\}$ C) $\mathbb{R} - \{1\}$
D) $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$ E) $[1, \infty)$

1.



Şekilde f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

$g(x) = \frac{|f(x)|}{f(x)}$ olduğuna göre, g fonksiyonunun sürekli olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\mathbb{R}$ B) $\mathbb{R} - \{-1\}$ C) $\mathbb{R} - \{2\}$
D) $\mathbb{R} - \{-3, -1\}$ E) $\mathbb{R} - \{-3, -1, 2\}$

2.

$$f(x) = \begin{cases} x + a, & x < -1 \\ x^2 - 2x + 3, & |x| \leq 1 \\ b - 2x, & x > 1 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılar kümesinde sürekli dir.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 13 E) 15

3. Gerçel sayılar kümesinde sürekli olan bir f fonksiyonunun grafiğinin üzerindeki noktalardan biri; A(2, 3) tür.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f^2(x) - 4f(x) + 3}{3 - f(x)} \right)$$

ifadesinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) 1 E) 0

4.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan 2x}{\sin x}, & x > 0 \\ \frac{|x| + a \cdot x}{x}, & x \leq 0 \end{cases}$$

fonksiyonu gerçel sayılarda sürekli olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1) D

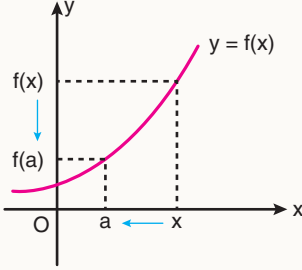
2) C

3) C

4) C

1. TİP: BİR NOKTADA TÜREV

- $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu $a \in A$ noktasında sürekli bir fonksiyon olsun.



$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

limiti gerçek bir sayı ise bu limit değerine $f'(a)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki türevi denir.

$$f'(a) = \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=a}$$

şeklinde gösterilir.

- $h > 0$ olmak üzere $x - a = h$ için $x \rightarrow a$, $h \rightarrow 0$ olur. $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki türevi:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a + h) - f(a)}{h} = f'(a)$$

olarak gösterilir.

$y = f(x)$ fonksiyonunun birinci türevi $\frac{dy}{dx}$, y' ve $f'(x)$ ile

ikinci türevi de $\frac{d^2y}{dx^2}$, y'' veya $f''(x)$ ile gösterilir.

2

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$f(x) = x^2$$

fonksiyonunun $x = 2$ apsisli noktasındaki türevini türev tanımını kullanarak bulunuz.

3

f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x + 1}{f(x) - f(-1)}$$

limitini türevle ifade ediniz.

4

f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{9 - x^2}$$

limitini türevle ifade ediniz.

5

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2 + h) - f(2)}{2h}$$

limitini türevle ifade ediniz.

6

f türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + 6h) - f(x)}{2h}$$

limitini türevle ifade ediniz.

1. TİP	1) $f'(x) = 3$	2) $f'(2) = 4$	3) $\frac{1}{f'(-1)}$
	4) $\frac{-f'(3)}{6}$	5) $\frac{f'(2)}{2}$	6) $3 \cdot f'(x)$

2. TİP: TÜREVDE KUVVET KURALI

n ve a birer reel sayı olmak üzere,

$$f(x) = x^n \text{ ise } f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

$$f(x) = a \cdot x^n \text{ ise } f'(x) = a \cdot n \cdot x^{n-1} \text{ dir.}$$

1

Aşağıdaki fonksiyonların türevlerini alınız.

a) $f(x) = x^3$

b) $f(x) = x^{-5}$

c) $f(x) = 4x^2$

d) $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$

e) $f(x) = 5x$

f) $f(x) = \frac{2}{x^4}$

2

Yarıçapı r ve yüksekliği h olan bir dik silindirin hacmi,

$$V = \pi r^2 h$$

formülü ile hesaplanır.

Buna göre,

$$\frac{dV}{dr} + \frac{dV}{dh}$$

toplamının sonucunu bulunuz.

3

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sqrt{x^3}$$

olduğuna göre, $f'(x)$ i bulunuz.

4

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \sqrt{x\sqrt{x}}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ i bulunuz.

5

$$f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \text{ olmak üzere,}$$

$$f(x) = \frac{x^2 \sqrt{x}}{\sqrt[3]{x^2}}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

2. TİP

1) a) $3x^2$ b) $\frac{-5}{x^6}$ c) $8x$ d) $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ e) 5 f) $\frac{-8}{x^5}$

2) $\pi r(r + 2h)$ 3) $\frac{3}{2}\sqrt{x}$ 4) $\frac{3}{4}$ 5) $\frac{11}{6}$

3. TİP: İKİ FONKSİYONUN TOPLAM VE FARKININ TÜREVİ

f ve $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ türevlenebilen fonksiyonlar olmak üzere,

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x)$$

$$[f(x) - g(x)]' = f'(x) - g'(x)$$

İki fonksiyonun toplam ve farkının türevleri fonksiyonların türevleri toplamı ve farkına eşittir.

1

Aşağıda verilen fonksiyonların türevini bulunuz.

a) $f(x) = 4x^3 - x^2 + 2x + 1$

b) $g(x) = 2x^2 - \sqrt{x} + 3$

c) $h(x) = \frac{3}{x^2} - x^3 + 4x - 5$

2

$$f(x) = 3x^3 - 2x^2 + 4x - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

3

$$f(x) = 2x^2 - x + 1$$

$$g(x) = x^3 - 4x - 3$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f - g)'(-1)$ kaçtır?

4

$$f(x) = ax^3 - 2x^2 + ax + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(-2) = -5$ olduğuna göre, a kaçtır?

5

$f(x) = 4x + 1$ olmak üzere,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

6

$f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 1$ olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

7

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - x - 5$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$f(x) = f'(x)$$

denklemini sağlayan pozitif x değeri kaçtır?

3. TİP

1) a) $12x^2 - 2x + 2$ b) $4x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ c) $\frac{-6}{x^3} - 3x^2 + 4$

2) 9

3) -4

4) -1

5) 4

6) 9

7) 4

8

$$f(x) = 1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $(f + f')(1)$ kaçtır?

9

$$f(x) = 2x^2 - f'(1)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

10

 $P(x)$, ikinci dereceden başkatsayısı 1 olan bir polinomdur.

$$P(-1) = P(3)$$

olduğuna göre, $P'(4)$ kaçtır?

11

$$f(x) = x^3 - 12x - 1$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$(x + 2) \cdot f'(x) > 0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

12

Tüm katsayıları birbirine eşit olan üçüncü dereceden bir $P(x)$ polinomu için,

$$P'(1) = -12$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(0)$ kaçtır?

13

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \sqrt{x + 2 + 2\sqrt{x + 1}}$$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

14

Gerçek sayılar kümesi üzerinde tanımlı ve türevli f fonksiyonu için

- $f(x + y) = f(x) + f(y) + xy$
- $f'(0) = 3$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

3. TİP	8) 4	9) 14	10) 6	11) $(2, \infty)$	12) -2	13) $\frac{1}{4}$	14) 4
--------	------	-------	-------	-------------------	--------	-------------------	-------

4. TİP: KÖKLÜ İFADELERİN TÜREVİ

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt{x} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$u = u(x)$ olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt{u} \Rightarrow f'(x) = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

$$f(x) = \sqrt[n]{u^m} = u^{\frac{m}{n}}$$

$$f'(x) = \frac{m}{n} u^{\frac{m}{n}-1} \cdot u'$$

veya

$$f'(x) = \frac{m}{n} \frac{u'}{\sqrt[n]{u^{n-m}}} \text{ dir.}$$

5. TİP: İKİ FONKSİYONUN ÇARPIMININ TÜREVİ

f ve $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ türevlenebilen fonksiyonlar olsun,

$$[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + g'(x) \cdot f(x)$$

Birinci fonksiyonun türevi çarpı ikinci fonksiyonun kendisi artı ikinci fonksiyonun türevi çarpı birinci fonksiyonun kendisi.

1

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \cdot (x^3 - x + 1)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?

2

f ve g türevlenebilen iki fonksiyondur.

$$f(x) \cdot g(x) = \frac{x^3}{3}$$

$$f'(5) \cdot g(5) = 10$$

olduğuna göre, $f(5) \cdot g'(5)$ çarpımı kaçtır?

3

f ve g fonksiyonları için,

$$f(x) = (x - 3) \cdot g(x)$$

$$g(1) = g'(1) = 4$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

1

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$$

olduğuna göre, $f'(1)$ değeri kaçtır?

2

$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

3

$$f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x + 1}}$$

olduğuna göre, $f'(0)$ değeri kaçtır?

4. TİP	1) $\frac{5}{6}$	2) $\frac{3\sqrt{2}}{8}$	3) $\frac{3}{4}$
--------	------------------	--------------------------	------------------

5. TİP	1) 112	2) 15	3) -4
--------	--------	-------	-------

4

$$f(x) = x \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?

5

$$f(x) = (\sqrt{x} - 2) \cdot (\sqrt{x} + 2) \cdot (x + 4)$$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

6

$$f(x) = (x^3 + 1) \cdot (\sqrt{x} + 2)$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

6. TİP: İKİ FONKSİYONUN BÖLÜMÜNÜN TÜREVİ

f ve g : $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ türevlenebilen fonksiyonlar olsun,

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)} \right]' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{[g(x)]^2} \text{ dir.}$$

Payın türevi çarpı payda eksi paydanın türevi çarpı pay bölü paydanın karesidir.

1

$$f : \mathbb{R} - \{2\} \rightarrow \mathbb{R} - \{3\}$$

$$f(x) = \frac{3x - 1}{x - 2}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(3)$ kaçtır?

2

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 + 1}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

3

f ve g fonksiyonları için,

$$f(3) = g'(3) = -2$$

$$f'(3) = g(3) = 4$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $\left(\frac{f}{g} \right)'(3)$ kaçtır?

5. TİP	4) 4	5) 6	6) 10
--------	------	------	-------

6. TİP	1) -5	2) $-\frac{1}{2}$	3) $\frac{3}{4}$
--------	-------	-------------------	------------------

4

Pozitif gerçel sayılarda tanımlı,

$$f(x) = \sqrt{\frac{h(x)}{x+1}}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$h(3) = h'(3) = 9$$

olduğuna göre, $f'(3)$ kaçtır?

5

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 + 1}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

6

Tanımlı olduğu aralıkta,

$$f(x) = \frac{3x-1}{2x-4}$$

olduğuna göre, $(f^{-1})'(1)$ kaçtır?7. TİP: $y = [f(x)]^n$ TÜRÜNDEKİ TÜREVLER $y = [f(x)]^n$ olmak üzere,

$$y' = n \cdot [f(x)]^{n-1} \cdot f'(x) \text{ tir.}$$

Örneğin;

- $y = f^2(x)$ ise $y' = 2 \cdot f(x) \cdot f'(x)$
- $y = f^3(x)$ ise $y' = 3 \cdot f^2(x) \cdot f'(x)$
- $y = (2x^2 + 1)^4$ ise $y' = 4 \cdot (2x^2 + 1)^3 \cdot 4x$

1

$$f(x) = (2x^2 - x - 4)^3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?

2

$$f(x) = (x^2 + x - 1)^3 \cdot (3x - 1)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(-2)$ kaçtır?

3

$$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{(x-1)}{(2x-1)^3}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

6. TİP	4) $\frac{9}{16}$	5) $\frac{1}{4}$	6) -10
--------	-------------------	------------------	--------

7. TİP	1) 84	2) 66	3) 1
--------	-------	-------	------

4

$$f(x) = (2x - 1)^3 \cdot \sqrt{x^2 + 1}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(0)$ kaçtır?

5

f ve g fonksiyonları için,

$$g(x) = f^3(x) - x + 1$$

$$f(1) = 2 \cdot f'(1) = 4$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $g'(1)$ kaçtır?

6

$$f: \mathbb{R} - \{6\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = 3\sqrt{\frac{x+1}{x-6}}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(7)$ kaçtır?**8. TİP: BİLEŞKE FONKSİYONUNUN TÜREVİ**

f ve g türevlenebilir iki fonksiyon olmak üzere,

$$(f \circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x) \text{ tir.}$$

Örneğin;

- $y = f(2x)$ ise $y' = f'(2x) \cdot 2$
- $y = (f \circ g)(x^2)$ ise $y' = f'(g(x^2)) \cdot g'(x^2) \cdot 2x$
- $y = f^2(\sqrt{x})$ ise $y' = 2 \cdot f(\sqrt{x}) \cdot f'(\sqrt{x}) \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$

1

$$f(x) = (x^2 + 1)^2$$

$$g(x) = 2x - 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(f \circ g)'(0)$ kaçtır?

2

$$f(3x - 4) = (x^2 + x - 1)^3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(-1)$ kaçtır?

3

f ve g fonksiyonları için

$$f(2) = 2 \cdot f'(2) = 4$$

$$g'(4) = -3$$

eşitlikleri veriliyor.

$$h(x) = (g \circ f)(x)$$

olduğuna göre, $h'(2)$ kaçtır?

7. TİP

4) 6

5) 95

6) $-\frac{7}{12}$

8. TİP

1) -16

2) 3

3) -6

4

$$f: \mathbb{R} - \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f\left(\frac{x-2}{x+1}\right) = \frac{3}{x+1}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(4)$ değerini bulunuz.

5

$$f(x^2) + f(2x) = (x^2 - 1)^2 + x$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f'(4)$ kaçtır?

6

f ve g fonksiyonları için,

$$f^2(1 - 3x) = g(2x)$$

eşitliği veriliyor.

$$f(1) = g'(0) \neq 0$$

olduğuna göre, $f'(1)$ kaçtır?

7

$$h(x) = f(x + f(2x))$$

fonksiyonu veriliyor.

$$3 \cdot f'(1) = f(0) = f'(0) = 1$$

olduğuna göre, $h'(0)$ kaçtır?

8

$$f(2x) = x^3 - 1$$

$$g(x - 1) = 1 - x^2$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)(4)$ kaçtır?

9

$$f(x) = \frac{g(x^2)}{x}$$

fonksiyonu veriliyor.

$$g(1) = 0 \text{ ve } g'(1) = 3$$

olduğuna göre, $f'(-1)$ kaçtır?M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

10

$$x \cdot f(2x) = (x^2 + 5x - 1)^2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f'(-2)$ kaçtır?

8. TİP	4) -1	5) $\frac{25}{6}$	6) $-\frac{1}{3}$	7) 1	8) -48	9) 6	10) $\frac{5}{2}$
--------	-------	-------------------	-------------------	------	--------	------	-------------------

9. TİP: TÜREVDE ZİNCİR KURALI

y, u'ya bağlı; u, v'ye bağlı; v, x'e bağlı türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere,

y = f(u), u = g(v), v = h(x) olsun.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dv} \cdot \frac{dv}{dx}$$

olarak yazılır.

Bu kurala **Türevde Zincir Kuralı** denir.

1

$$y = u^2 - 2u$$

$$u = 3x^2 + 2x + 1$$

fonksiyonları veriliyor.

Buna göre, $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1}$ değerini bulunuz.

2

$$y = u^2 - 2u + 5$$

$$u = t^2 - 5t + 3$$

$$t = 3x^2 - 2$$

olduğuna göre, $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=-1}$ değeri kaçtır?

3

$$m = x^2 - 1$$

$$n = m^2 - m + 1$$

$$f(n) = (n + 1)^2 - 3$$

olduğuna göre,

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=1}$$

işleminin sonucu kaçtır?

10. TİP: BİR FONKSİYONUNUN İKİNCİ TÜREVİ

y = f(x) ve y = f'(x) fonksiyonları türevlenebilir fonksiyonlar olsun.

f(x) fonksiyonunun ikinci türevi

$$y'' = f''(x) = \frac{d^2y}{dx^2}$$

şeklinde gösterilir.

1

$$f(x) = 4x^4 + 5x^2 - x - 7$$

fonksiyonunun ikinci türevini bulunuz.

2

$$f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} + x^2 - x + 1$$

olduğuna göre, f'(1) kaçtır?

3

$$f: \mathbb{R} - \left\{ \frac{-1}{2} \right\} \rightarrow \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

$$f(x) = \frac{2x-1}{4x+2}$$

olduğuna göre, f'(0) kaçtır?

4

$$f(x) = ax^3 - 3ax^2 + x + b$$

fonksiyonu veriliyor.

$$f(1) = -2 \text{ ve } f'(-1) = 19$$

olduğuna göre, f'(b + 1) kaçtır?

5

P(x) üçüncü dereceden bir polinomdur.

P(x) polinomunun $(x - 2)^3$ ile bölümünden kalan x'tir.

P(1) = -1 olduğuna göre,

$$\left. \frac{d^2(P(x))}{dx^2} \right|_{x=3}$$

değeri kaçtır?

9. TİP 1) 80 2) -72 3) -8

10. TİP 1) $48x^2 + 10$ 2) 8 3) -8 4) 12 5) 12

11. TİP: TÜREVİN FİZİKSEL ANLAMI

x : yol ve t : zaman olmak üzere,
 $x = f(t)$ fonksiyonu ile yol alan bir hareketlinin $[t_1, t_2]$ aralığındaki ortalama hızı;

$$v_{\text{ort}} = \frac{f(t_2) - f(t_1)}{t_2 - t_1} \text{ dir.}$$

Herhangi bir t anındaki yolun zamana göre değişimine **Anlık**

Hız denir. $\frac{dx}{dt}$ ile gösterilir.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(t+h) - f(t)}{h} = f'(t) = v(t)$$

t anındaki yolun zamana göre türevi o andaki hızı verir.

Hızın birim zamandaki değişimine **İvme** denir ve a ile gösterilir.

Hızı v olan bir hareketlinin herhangi bir t anındaki anlık ivmesi

$$a = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{v(t+h) - v(t)}{h} = v'(t) = a$$

Hızın zamana göre türevi ivmeyi verir.

12. TİP: SAĞDAN VE SOLDAN TÜREV

$f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $x_0 \in (a, b)$ olsun.

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

değeri varsa, bu değere f fonksiyonunun x_0 noktasındaki sağdan türevi denir ve $f'(x_0^+)$ şeklinde gösterilir.

$$\lim_{x \rightarrow x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

değeri varsa, bu değere f fonksiyonunun x_0 noktasındaki soldan türevi denir ve $f'(x_0^-)$ şeklinde gösterilir.

f fonksiyonu x_0 noktasında sürekli olmak üzere,

- $f'(x_0^+) = f'(x_0^-) = c \in \mathbb{R}$ ise f fonksiyonunun x_0 noktasında türevi vardır.
- f fonksiyonunun x_0 noktasında türevi varsa, $f'(x_0^+) = f'(x_0^-)$ dir.
- $f'(x_0^+) \neq f'(x_0^-)$ ise f fonksiyonunun x_0 noktasında türevi yoktur.

1

Bir hareketlinin t saniyede aldığı yol,

$$x = (2t^2 + 2t + 1)$$

metre olduğuna göre,

- Hareketlinin 3 saniyede aldığı yolu,
- Hareketlinin 3. saniyedeki hızını,
- Hareketlinin 3. saniyedeki ivmesini bulunuz.

2

Bir hareketlinin zamana göre yol denklemi,

$$x = (3t^3 + t^2 - 2t + 5) \text{ m'dir.}$$

Bu hareketlinin 2. saniyedeki ivmesi kaç m/sn^2 dir?

MOZ AKADEMİ

1

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 2 \\ 3x - 6, & x < 2 \end{cases}$$

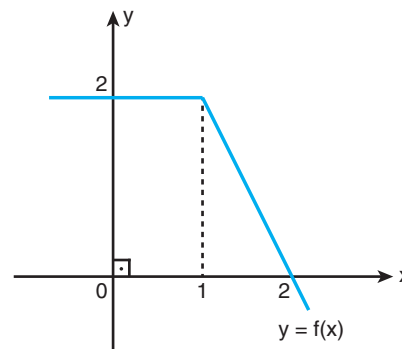
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} + f'(3)$$

toplamı kaçtır?

2



Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, $f'(1^+) + f'(1^-)$ toplamının sonucu kaçtır?

11. TİP 1) a) 25 b) 14 c) 4 2) 38

12. TİP 1) 7 2) -2

13. TİP: TÜREV SÜREKLİLİK İLİŞKİSİ

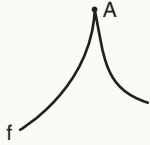
- Bir $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ noktasında türevli ise bu noktada süreklidir.
- Ancak $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasında sürekli olması bu noktada türevli olduğu anlamına gelmez.
- $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ noktasında sürekli değilse bu noktada türevli değildir.
- Bir fonksiyon $x = a$ noktasında türevli ise a noktasında sağdan ve soldan türevleri eşittir.

i.



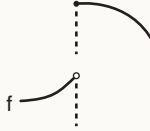
Bir köşe noktasında sağdan ve soldan türevler farklıdır. Fonksiyonun A noktasında türevi yoktur.

ii.



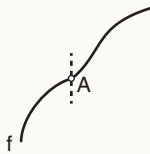
Bir sivri uçta teğetin eğimleri farklıdır. Fonksiyonun A noktasında türevi yoktur.

iii.



f , bir noktada süreksiz ise süreksiz olduğu noktada türevi yoktur.

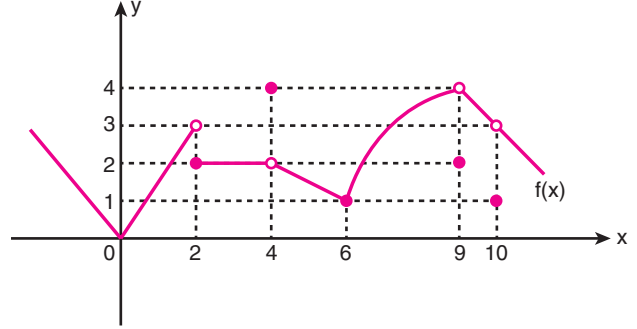
iv.



f , A noktasında tanımsız olduğu için bu noktada türevi yoktur.

1

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

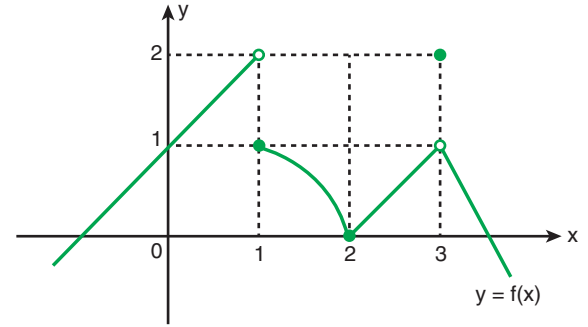


Buna göre, f fonksiyonunun kaç noktada türevi yoktur?

MOZ AKADEMİ

2

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



f fonksiyonunun;

- Sürekli olup türevsiz olduğu nokta a ,
- Limitinin var olup süreksiz olduğu nokta b 'dir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

13. TİP

1) 6

2) 5

14. TİP: PARÇALI FONKSİYONLARIN TÜREVLERİ

$g(x)$ ve $h(x)$ türevlenebilen iki fonksiyon olsun ve

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x \leq a \text{ ise} \\ h(x), & x > a \text{ ise} \end{cases}$$

fonksiyonu verilsin.

$f(x)$ fonksiyonunun kritik noktası olan $x = a$ 'da türevlenebilmesi için aşağıdaki iki koşul sağlanmalıdır.

1. $f(x)$ fonksiyonu $x = a$ 'da sürekli olmalıdır. Sürekli değilse, $x = a$ 'da zaten türevlenebilir değildir ve dolayısıyla aşağıdaki ikinci koşula bakmaya gerek yoktur.
2. $g'(a) = h'(a)$ eşitliği sağlanmalıdır.

3

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a, & x < 2 \\ bx^2 - 1, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonu her $x \in \mathbb{R}$ için türevlidir.

Buna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

1

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 1 \\ 2x - 1, & x < 1 \end{cases}$$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki türevini bulunuz.

4

$$f(x) = \begin{cases} 6ax + 1, & x < -2 \\ ax^2 + b, & x \geq -2 \end{cases}$$

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

A fonksiyonu $x = -2$ apsisli noktasında sürekli fakat bu noktada türevi yoktur.

Buna göre, b sayısı kaç olamaz?

2

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 1, & x < -1 \\ 3x + 1, & x \geq -1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\frac{f'(-2) + f'(-1)}{f'(2)}$$

ifadesinin değeri kaçtır?

14. TİP

1) 2

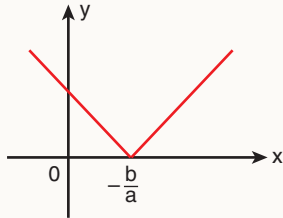
2) 5

3) $\frac{-5}{2}$

4) 1

15. TİP: MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN TÜREVİ

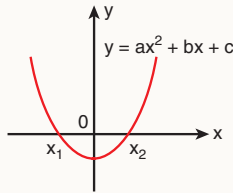
- $f(x)$ türevlenebilen bir fonksiyon olsun.
 $|f(x)|$ fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki türevi araştırılıyorken aşağıdaki adımlar takip edilir.
 - $x = a$ kritik nokta (mutlak değerin içini sıfır yapıyor) ise, soldan ve sağdan türevlere ayrı ayrı bakılır.
 - $x = a$ kritik nokta değilse fonksiyon mutlak değerden kurtarılır, sonra türev hesaplanır.
- $a \neq 0$ olmak üzere, $f(x) = |ax + b|$ fonksiyonu kritik noktası olan $x = -\frac{b}{a}$ 'da türevlenebilir değildir.
 Bunu grafik yardımıyla görebiliriz.



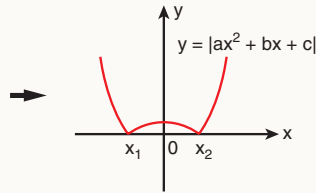
$x = -\frac{b}{a}$ 'da fonksiyon köşe yapıyor. Dolayısıyla bu noktada türevlenebilir değildir.

$a \neq 0$ olmak üzere, $f(x) = |ax^2 + bx + c|$ fonksiyonunun türevlenebilirliği araştırılırken $ax^2 + bx + c$ ifadesinin diskriminantı ($\Delta = b^2 - 4ac$) hesaplanır.

- $\Delta > 0$ ise fonksiyon, kritik noktalarında (mutlak değerin içini sıfır yapan noktalarda) türevlenebilir değildir.
 Bunu grafik yardımıyla görelim.

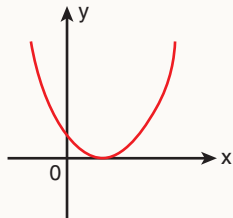


$\Delta > 0$ olduğundan grafik x eksenini iki farklı noktada keser.

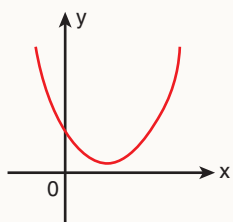


x_1 ve x_2 'de fonksiyon köşe yaptığından bu noktalarda türevlenemez.

- $\Delta \leq 0$ ise fonksiyon, (varsa) kritik noktaları da dahil, her noktada türevlenebilirdir.



$\Delta = 0$ ise $y = |ax^2 + bx + c|$ nin grafiği x eksenine teğettir. Fonksiyon sürekli ve hiçbir yerde köşe yapmıyor, dolayısıyla her noktada türevlenebilirdir.



$\Delta < 0$ ise $y = |ax^2 + bx + c|$ nin grafiği x eksenini kesmez. Fonksiyon sürekli ve hiçbir yerde köşe yapmıyor, dolayısıyla her noktada türevlenebilirdir.

1

$$f(x) = |x - 2|$$

fonksiyonunun,

- $x = 1$
- $x = 2$
- $x = 5$

noktalarındaki türevlerini bulunuz.

2

$$f(x) = |x^2 - x - 20|$$

fonksiyonunun,

- $x = 3$
- $x = 5$
- $x = -5$

noktalarındaki türevlerini bulunuz.

3

$$f(x) = |x^2 - 6x + 9|$$

fonksiyonunun $x = 3$ noktasındaki türevi kaçtır?

4

$$f(x) = \begin{cases} |x - 2| + 3, & x < 4 \\ 2x - 3, & x \geq 4 \end{cases}$$

fonksiyonunun türevsiz olduğu apsis değerleri toplamı kaçtır?

15. TİP	1) a) -1 b) Yoktur c) 1	2) a) -5 b) Yoktur c) -11
	3) 0	4) 6

5

$$f(x) = x^2 + 4x + a$$

fonksiyonu veriliyor.

$y = |f(x)|$ fonksiyonu her noktada türevli olduğuna göre, a 'nın alabileceği en küçük iki tam sayı değeri toplamı kaçtır?

6

$$f(x) = |x - 1|$$

$$g(x) = |(x - 1)^2|$$

$$h(x) = \sqrt{x - 1}$$

$$m(x) = |(x - 1)^3|$$

fonksiyonlarından hangilerinin $x = 1$ noktasında türevi vardır?

16. TİP: L'HOSPİTAL KURALI

Bu kural müfredat programında olmamasına rağmen limitte $\frac{0}{0}$ belirsizliklerinde kolaylık sağlar.

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$ oluyorsa pay ve paydanın ayrı ayrı türevleri alınarak ifade belirsizlikten kurtarılır.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)} = L \in \mathbb{R}$$

oluyorsa limitin değeri L 'dir.

1

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 - x^2}{x^2 + 5x - 6} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

2

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\frac{1}{x^3} - 1}{x - 1} \right)$$

limitinin sonucu kaçtır?

3

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\sqrt{x+7} - 3}{2 - x} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

15. TİP	5) 9	6) g ve m
---------	------	-----------

16. TİP	1) $-\frac{2}{7}$	2) -3	3) $-\frac{1}{6}$
---------	-------------------	-------	-------------------

4

$$f(x) = x^2 + x - 6$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x+1)}{f(x-4)}$$

limitinin sonucu kaçtır?

5

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1 - \sqrt[3]{x}}{x^2 - 1} \right)$$

limitinin değeri kaçtır?

6

$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 2x + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

ifadesinin sonucunu bulunuz.

7

$$f(x) = x^3 + 4x - 16$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x^2 - 4}$$

limitinin sonucu kaçtır?

8

$$f(2x+1) = \frac{1}{(x+1)^2}$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{3 - x}$$

limitinin değeri kaçtır?

9

$$\lim_{x \rightarrow 64} \frac{\sqrt[3]{x} - 4}{\sqrt{x} - 8}$$

limitinin değeri kaçtır?

MOZ AKADEMİ

16. TİP	4) -1	5) $-\frac{1}{6}$	6) 1	7) 4	8) $\frac{1}{4}$	9) $\frac{1}{3}$
---------	-------	-------------------	------	------	------------------	------------------

1. $f(x) = x^3 + 2x - 5$

fonksiyonunun $[0, 4]$ aralığındaki ortalama değişim oranı kaçtır?

- A) 24 B) 20 C) 18 D) 16 E) 12

2. f bir doğrusal fonksiyon olmak üzere,

$$f'(2) = f(3)$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

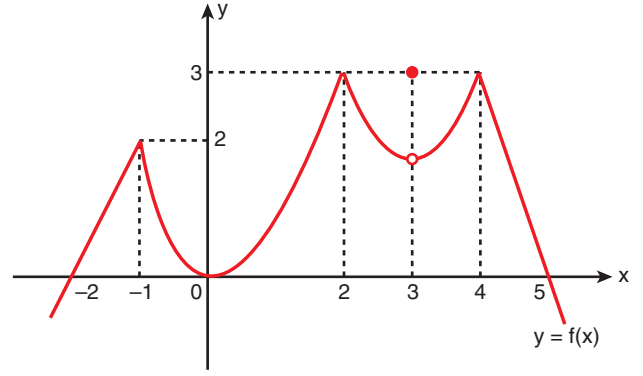
3. $f(x) = \sqrt[3]{x+7}$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{18}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{3}$

4.



Şekilde, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre, fonksiyonun sürekli olmasına rağmen türevsiz olduğu apsisler toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

5.

$$f(x) + f(2x - 1) = x^2 + 3x + 5$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

6.

$$f(2x) = (x + 2) \cdot g(x) + x - 2$$

eşitliği veriliyor.

$g(1) = g'(1) = 2$ olduğuna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) $\frac{5}{2}$ B) 3 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

1) C	2) C	3) B	4) D	5) C	6) E
------	------	------	------	------	------

1. $y = x^2 - 2$
 $x = 2t^2 + t + 1$
 olduğuna göre, $\frac{dy}{dt}$ 'nin $t = 1$ için değeri kaçtır?
 A) 12 B) 18 C) 24 D) 32 E) 40

2. $f: \mathbb{R} - \{-5\} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,
 $f\left(\frac{3x-1}{x+5}\right) = 4x + 1$
 fonksiyonu veriliyor.
 Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?
 A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 24

3. Bir f fonksiyonu için,
 $f(a - 2x) = x^2 - 5x + 1$
 $f'(5) = \frac{7}{2}$
 eşitlikleri veriliyor.
 Buna göre, a kaçtır?
 A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

4. $f: \left[-\frac{1}{5}, \infty\right) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 + 1}{x^2 + 4}} + x$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(0)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

5. x ekseninde, pozitif yönde hareket eden bir parçacığın t anındaki konumu,

$$x(t) = t^3 + 2t^2 + 2t + 3$$

ile gösterilmektedir.

Bu parçacığın $t = 1$ anındaki ivmesi kaçtır?

- A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

6. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 2 \\ x^2 - ax + b, & x \geq 2 \end{cases}$

fonksiyonunun $x = 2$ noktasında türevi olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

1) E	2) D	3) C	4) D	5) A	6) E
------	------	------	------	------	------

1. $f(x) = x^3 - ax^2 + x + a$
fonksiyonu için
 $f'(1) = f'(2)$
eşitliği veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

- A) 5 B) $\frac{9}{2}$ C) 4 D) $\frac{7}{2}$ E) 3

2. f bir doğrusal fonksiyon olmak üzere,
 $f'(-1) = f(-1)$
eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\frac{f(5)}{f(1)}$ oranı kaçtır?

- A) $\frac{7}{3}$ B) 2 C) $\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) 1

3. $f(2x - 1) = 3x^2 + x + g(3 - 2x)$
eşitliği veriliyor.

Buna göre,

$$f'(1) + g'(1)$$

toplamı kaçtır?

- A) $\frac{7}{2}$ B) 4 C) $\frac{9}{2}$ D) 5 E) $\frac{11}{2}$

4. $f(x) = a \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \cdot (x - 4)$ ve
 $f'(3) = 6$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 2

5. $g(x) = \frac{2x + 1}{f(x)}$

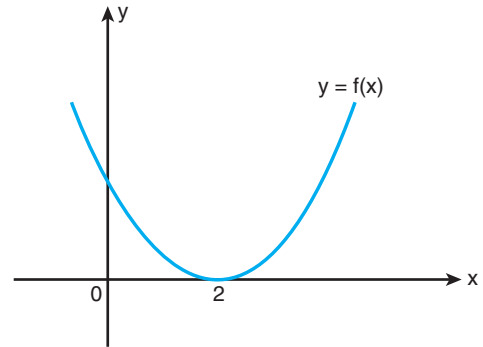
eşitliği veriliyor.

$$f(3) = -2 \text{ ve } f'(3) = 4$$

olduğuna göre, $g'(3)$ kaçtır?

- A) -16 B) -12 C) -8 D) -6 E) -4

6. Aşağıda f parabolünün grafiği gösterilmiştir.



$$f'(4) = 12$$

olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) 12 B) 6 C) 4 D) 2 E) 1

1. f bir çift fonksiyon olmak üzere,

$$f(x) + f(3x - 8) = x^2 - \frac{1}{x^2} + 4$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f'(2)$ kaçtır?

- A) -1 B) $\frac{-5}{3}$ C) $\frac{-8}{5}$ D) $\frac{-12}{7}$ E) $\frac{-17}{8}$

2. $f(x) = x^3 - 2x^2 + f'(1)$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f(-1)$ kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

3. $f(x) = |x^2 + ax + 8|$

fonksiyonu tüm gerçel sayılarda türevlenebilir olduğuna göre, a 'nın alabileceği en büyük ve en küçük tam sayı değerleri çarpımı kaçtır?

- A) -9 B) -16 C) -25 D) -36 E) -49

4. $\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{\sqrt{x+5} - 2}{x^2 - 3x - 4} \right)$

limitinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{-1}{20}$ B) $\frac{-1}{12}$ C) $\frac{-1}{9}$ D) $\frac{-1}{6}$ E) $\frac{-1}{3}$

5. $g^{-1}(4x) = f(2x + 1)$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $(g \circ f)'(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{5}{3}$ E) 2

6. $P(x)$; bir polinom olmak üzere,

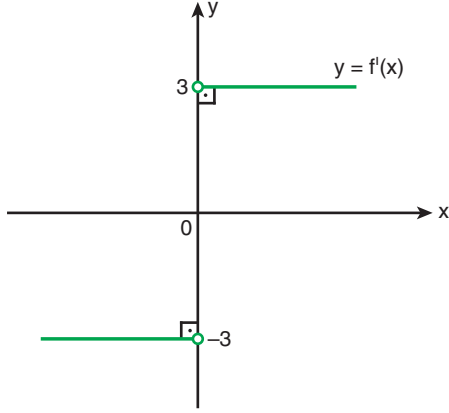
$$P(x) + P'(x) = x^2 + 4x + 6 \text{ dir.}$$

Buna göre, $P'(3)$ kaçtır?

- A) 8 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

1) E	2) B	3) C	4) A	5) E	6) A
------	------	------	------	------	------

1. Aşağıda gerçel sayılar kümesinde sürekli olan bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$f(-2) = 2$ olduğuna göre, $f(7)$ kaçtır?

- A) 24 B) 20 C) 18 D) 17 E) 16

3. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-x}{x+\sqrt{x}-6}$

limitinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{-1}{2}$ B) $\frac{-2}{3}$ C) $\frac{-3}{4}$ D) $\frac{-4}{5}$ E) $\frac{-5}{6}$

4. f , türevlenebilir bir fonksiyon olmak üzere,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + f(x)}{x^2 - 4} = 6$$

olduğuna göre,

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + 4}{x - 2}$$

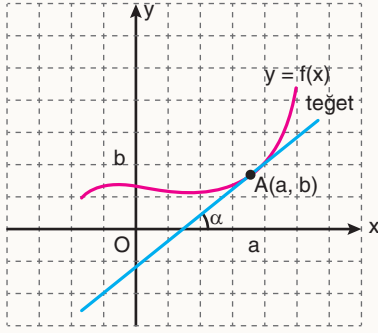
limitinin değeri kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 22 D) 24 E) 26

2. $f(x) = 1 + x^2$
olmak üzere, $(f \circ f \circ f)'(1)$ kaçtır?

- A) 100 B) 90 C) 80 D) 60 E) 40

1. TİP: TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU



$m = \text{Eğim}$
 $m_T = \text{Teğet doğrusunun eğimi}$

$$m = \tan \alpha$$

$$m_T = f'(a)$$

Bir fonksiyonun herhangi bir a noktasındaki türevinin o noktadaki teğetinin eğimi olduğunu görmüştük.

Eğimi ve $A(x_1, y_1)$ noktası belli bir doğru denklemi:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

A noktasındaki teğet denklemi:

$$y - b = f'(a)(x - a)$$

1

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x - 5$$

eğrisine $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetinin eğimi kaçtır?

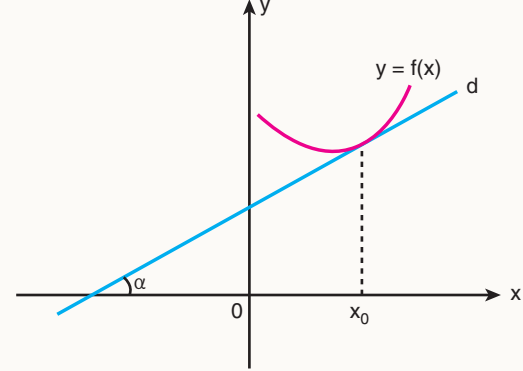
2

$$f(x) = \sqrt{7 + \sqrt{x}}$$

fonksiyonunun grafiğine $x = 4$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusunun eğimi kaçtır?

2. TİP: TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve bu grafiğe $x = x_0$ apsisli noktasında çizilen teğeti olan d doğrusu verilmiştir. d doğrusu x eksenine pozitif yönde α derecelik açı yapmaktadır.



f fonksiyonunun $x = x_0$ apsisli noktasındaki türevinin değeri, fonksiyona $x = x_0$ apsisli noktasında çizilen teğeti olan d doğrusunun eğimine eşittir.

d doğrusunun eğimi m olmak üzere,

$$f'(x_0) = \tan \alpha = m \text{ dir.}$$

Bu durumda,

$$0 < \alpha < 90^\circ \text{ ise } \tan \alpha > 0 \text{ olduğundan } f'(x_0) > 0 \text{ olur.}$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ \text{ ise } \tan \alpha < 0 \text{ olduğundan } f'(x_0) < 0 \text{ olur.}$$

Yani, α dar açı ise $f'(x_0) > 0$

α geniş açı ise $f'(x_0) < 0$ olur.

1

$$f(x) = \frac{x^4}{2} - x^2 + mx + 7$$

eğrisine $x = \sqrt{3}$ apsisli noktasından çizilen teğeti, x eksenine pozitif yönde 60° lik açı yapmaktadır.

Buna göre, m kaçtır?

1. TİP

1) 4

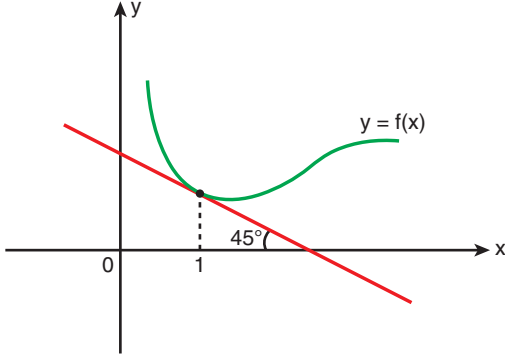
2) $\frac{1}{24}$

2. TİP

1) $-3\sqrt{3}$

2

Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun ve bu fonksiyonun grafiğine $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusunun grafiği gösterilmiştir.



Buna göre,

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$$

limitinin değeri kaçtır?

3. TİP: TÜREVİN GEOMETRİK YORUMU

- $y = mx + n$ biçiminde verilen bir doğrunun eğimi m 'dir.
- $ax + by + c = 0$ biçiminde verilen bir doğrunun eğimi $m = \frac{-a}{b}$ olur.
- Grafiği verilen bir doğrunun eğimi, bu doğrunun x eksenine pozitif yönde yaptığı açı α olmak üzere, $m = \tan \alpha$ olur.
- $A(x_1, y_1)$ ve $B(x_2, y_2)$ noktalarından geçen doğrunun eğimi $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ olur.
- d_1 ve d_2 doğrularının eğimleri sırasıyla m_1 ve m_2 olmak üzere,
 - $d_1 \parallel d_2$ ise $m_1 = m_2$ dir.
 - $d_1 \perp d_2$ ise $m_1 \cdot m_2 = -1$ dir.
- $A(x_0, y_0)$ noktasından geçen ve eğimi m olan doğrunun denklemi, $y - y_0 = m(x - x_0)$ olur.

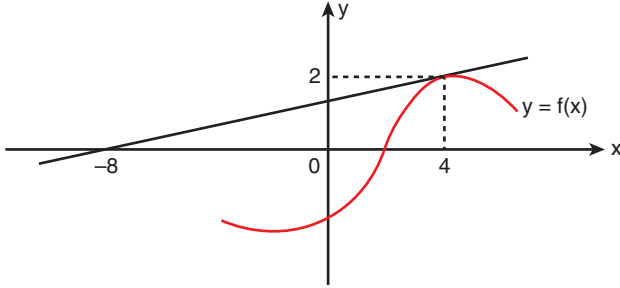
1

$$f(x) = x^3 - ax^2 + 3x + 2$$

fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ ve $x = 2$ apsisli noktalarından çizilen teğet doğruları birbirine paraleldir.

Buna göre, a kaçtır?

3



Şekildeki $y = f(x)$ eğrisi d doğrusuna $x = 4$ apsisli noktada teğettir.

$$g(x) = f^2(x)$$

olduğuna göre, $g'(4)$ kaçtır?

2

$$f(x) = x^2 + ax + a - 1$$

fonksiyonunun grafiğinin $x = 1$ apsisli noktasındaki teğeti $2x + y + 1 = 0$ doğrusuna paraleldir.

Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

2. TİP	2) -1	3) $\frac{2}{3}$
--------	-------	------------------

3. TİP	1) $\frac{9}{2}$	2) -9
--------	------------------	-------

3

$f(x) = x^2 + mx + 6$ parabolünün $x = 3$ apsisi noktasındaki teğeti,

$$y = \frac{-x}{2} + 3$$

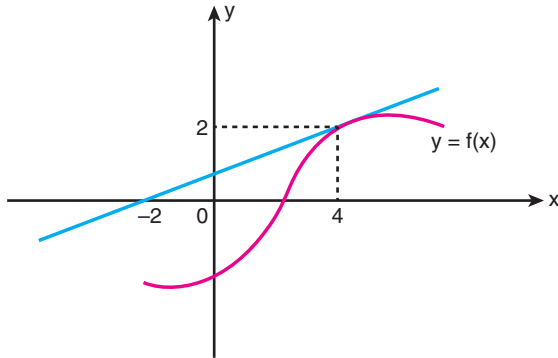
doğrusuna dik olduğuna göre, m kaçtır?

4

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 4$$

fonksiyonunun grafiği üzerindeki $x = 2$ apsisi noktasından çizilen teğetin denklemini bulunuz.

5



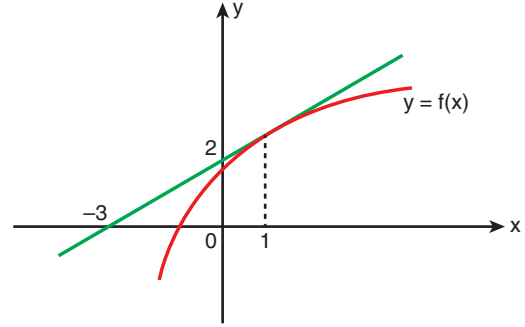
Şekildeki $y = f(x)$ eğrisi d doğrusuna $x = 4$ apsisi noktada teğettir.

$$g(x) = f^2(x) + x$$

olduğuna göre, $g'(4)$ kaçtır?

6

Aşağıda, f fonksiyonunun ve bu fonksiyona $x = 1$ apsisi noktasından çizilen teğetin grafiği verilmiştir.



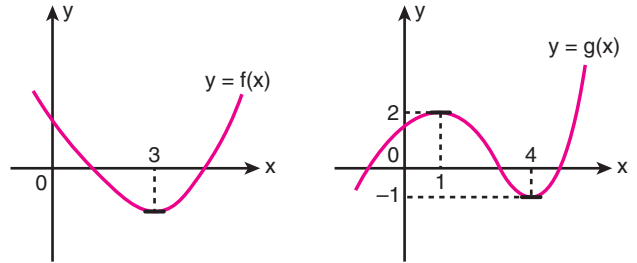
$$g(x) = x^2 \cdot f(2 - x)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $g'(1)$ kaçtır?

7

Aşağıda f ve g fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $(g \circ f)'(x) = 0$ denkleminin kaç farklı reel kökü vardır?

8

$y = f(x)$ fonksiyonuna üzerindeki $A(2, b)$ noktasından çizilen teğetin denklemi $y = 3x + 1$ dir.

$$g(x) = x^2 \cdot f(x)$$

olduğuna göre, $g(x)$ fonksiyonuna $x = 2$ apsisi noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

3. TİP	3) -4	4) $y = 5x - 4$	5) $\frac{7}{3}$	6) $\frac{14}{3}$	7) 5	8) 40
--------	-------	-----------------	------------------	-------------------	------	-------

9

$$f(x) = x^3 - bx^2 + ax + 4$$

fonksiyonunun grafiğine üzerindeki A(1, 3) noktasından çizilen teğeti x eksenine paralel olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

10

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + x - 7$$

eğrisinin x eksenine paralel olan teğetlerinin değme noktalarının apsileri toplamı kaçtır?

11

$$f(x) = x^2 + 2x + 9$$

fonksiyonunun grafiğinin, $y = x + 3$ doğrusuna en yakın noktasının apsisi kaçtır?

12

$$f(x) = x^2 + x + 3$$

fonksiyonunun grafiği üzerindeki noktaların birinden çizilen teğet doğrusu orijinden geçmektedir.

Buna göre, teğet noktasının apsisinin alabileceği değerler çarpımı kaçtır?

13

$$f(x) = x^2 + 2x + 7$$

fonksiyonunun grafiğine A(1, 1) noktasından teğetler çiziliyor.

Buna göre, çizilen bu teğetlerin eğimleri toplamı kaçtır?

14

Bire bir ve örten $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğinin $y = x$ doğrusuna göre simetriği $x = 2$ apsisi nokta $y = 2x + 1$ doğrusuna teğettir.

Buna göre,

$$f(5) + f'(5)$$

toplamının değeri kaçtır?

MOZ AKADEMİ

3. TİP	9) 0	10) 10	11) $-\frac{1}{2}$	12) -3	13) 8	14) $\frac{5}{2}$
--------	------	--------	--------------------	--------	-------	-------------------

1. $f(x) = (a + 2)x^2 - 5x + a - 3$

fonksiyonuna $x = 3$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusunun x eksenine yaptığı pozitif yönlü açısı 45° dir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) -3 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) 1

2. $f(x) = \sqrt{2x - 1}$

fonksiyonunun grafiğine hangi apsisli noktasından

çizilen teğetin eğimi $\frac{1}{3}$ 'tür?

- A) $\frac{2}{3}$ B) 1 C) $\frac{7}{2}$ D) 5 E) 13

3. $f(x) = x^3 - ax^2 + 1$

fonksiyonunun grafiğine $x = -1$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusu $y = 3x - 1$ doğrusuna diktir.

Buna göre, a kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{5}{3}$ C) $-\frac{4}{3}$ D) -1 E) $-\frac{1}{2}$

4. $f(x) = x^2 - 6\sqrt{x} - 5$

fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ apsisli noktasından çizilen teğetin denklemini $y = ax + b$ olduğuna göre, $a + b$ toplamı kaçtır?

- A) -16 B) -12 C) -10 D) -8 E) -4

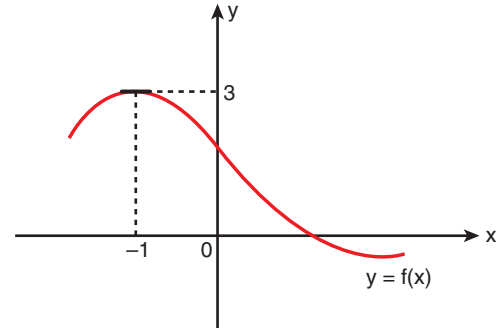
5. $f(x) = x^3 - 5x + 2$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $y = (f \circ f)(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = 2$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusunun eğimi kaçtır?

- A) -18 B) -20 C) -28 D) -32 E) -35

6.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

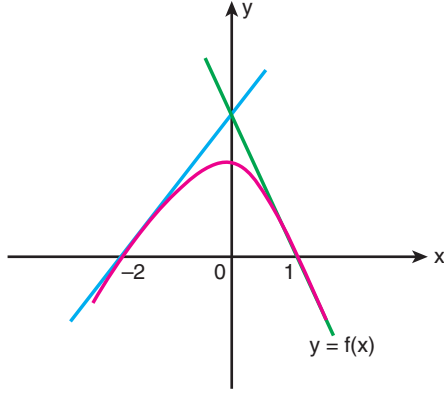
$$g(x) = x \cdot f(3 - 2x)$$

olduğuna göre, $g'(2)$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1) C	2) D	3) B	4) C	5) E	6) C
------	------	------	------	------	------

1.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonunun $x = -2$ ve $x = 1$ noktadaki teğetleri y ekseninde kesişmiştir.

$$f'(-2) - f'(1) = 12$$

olduğuna göre, teğet doğrularının kesiştiği noktanın ordinatı kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

2.

$$f(x) = ax^3 + bx + 5$$

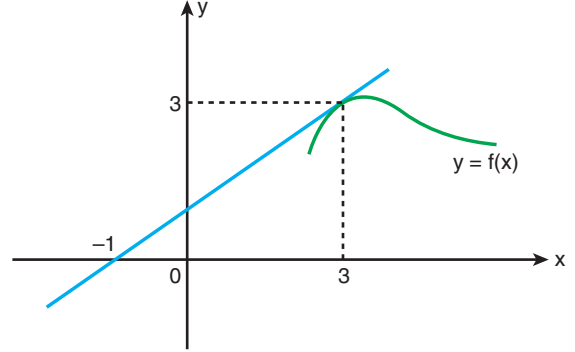
fonksiyonunun grafiği $x = -1$ apsisli noktasında x eksenine teğettir.

Buna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) -2 B) -4 C) -6 D) -8 E) -10

3.

Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği ve bu grafiğe $x = 3$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusunun grafiği verilmiştir.



$$h(x) = \frac{f^2(x)}{x+1}$$

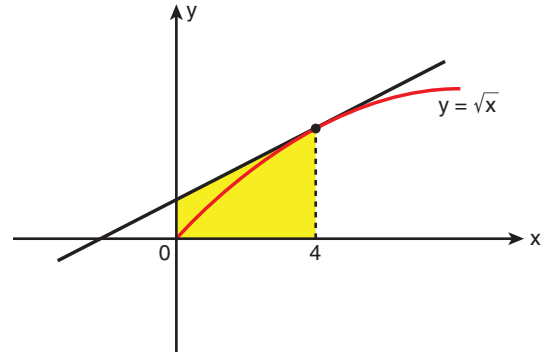
olduğuna göre, $h'(3)$ kaçtır?

- A) $\frac{9}{16}$ B) $\frac{5}{12}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{2}$

MOZ
AKADEMİ

4.

Aşağıda, $y = \sqrt{x}$ eğrisinin grafiği ve bu grafiğe $x = 4$ apsisli noktasından çizilen teğet doğrusunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

1) D

2) E

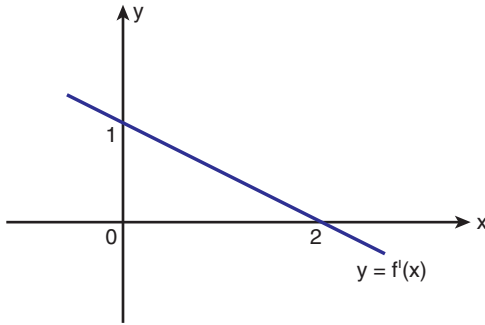
3) A

4) C

1. $f(x) = x^4 - 2x + 3$

fonksiyonunun $y = 2x - 5$ doğrusuna en yakın olan noktasının ordinatı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

2. Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

$$g(x) = f(2x - 1) + x^2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $y = g(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = 2$ apsisi noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $y = u^2 - u + 2$

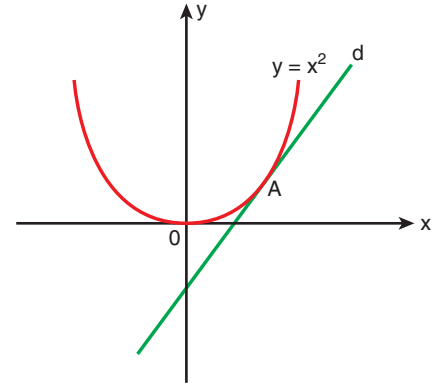
$$u = x^3 - x$$

fonksiyonları veriliyor.

 $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = 1$ apsisi noktasından çizilen teğetin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

- A)
- $y = x + 3$
- B)
- $y = -2x + 2$
- C)
- $y = x - 2$
-
- D)
- $y = -2x + 4$
- E)
- $y = -2x + 3$

4.

Şekilde verilen d doğrusu $y = x^2$ parabolüne apsisi $\frac{3}{8}$ olan A noktasında teğettir. d doğrusunun üzerinde A noktasından 10 birim uzaklıkta bir B noktası alınıyor.

$$|AB| = 10 \text{ birim}$$

olduğuna göre, B ile A 'nın apsisi farkının mutlak değeri kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

5.

$$f(x) = x^2 + ax + 5$$

fonksiyonunun grafiğine, fonksiyonun x eksenini kestiği noktalardan çizilen teğetler birbirine diktir.Buna göre, a sayısının pozitif değeri kaçtır?

- A)
- $\sqrt{10}$
- B)
- $\sqrt{11}$
- C)
- $\sqrt{17}$
- D)
- $\sqrt{21}$
- E)
- $\sqrt{29}$

1) D

2) E

3) D

4) D

5) D

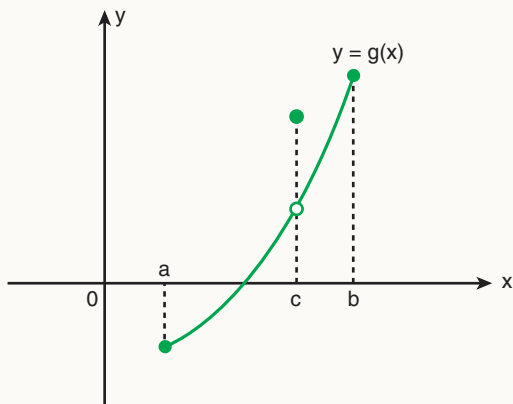
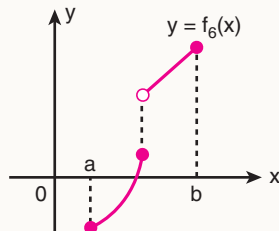
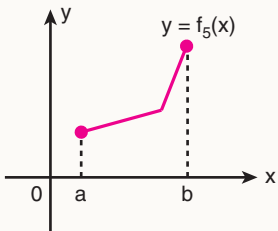
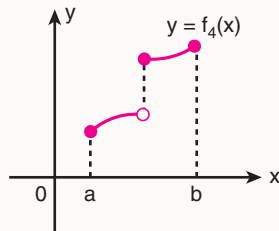
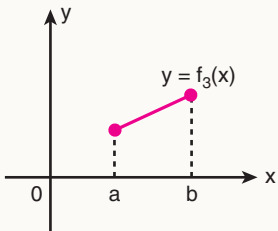
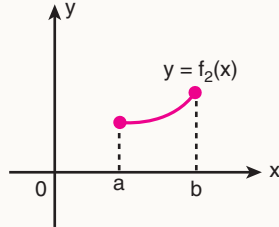
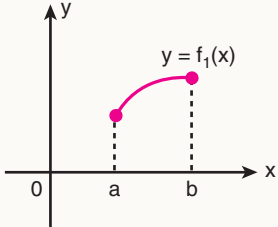
4. TİP: ARTAN VE AZALAN FONKSİYONLAR

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

her x_1 ve $x_2 \in (a, b)$ için

$x_1 < x_2$ iken $f(x_1) < f(x_2)$ ise $f, [a, b]$ aralığında artan bir fonksiyondur.

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonların tamamı $[a, b]$ aralığında artan fonksiyondur.



Aynı mantıkla hareket edersek g fonksiyonu $[a, b]$ aralığında artandır diyemeyiz.

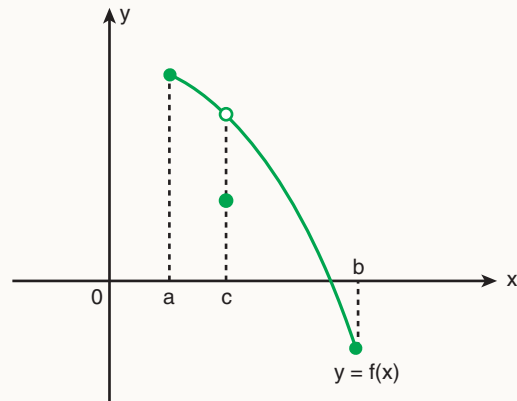
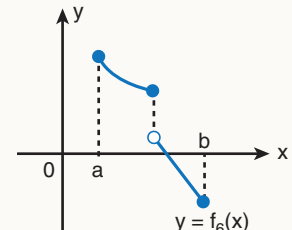
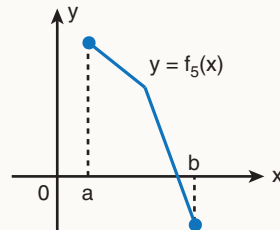
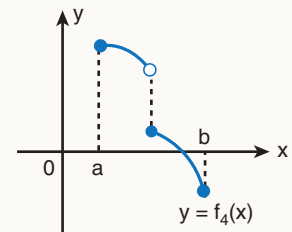
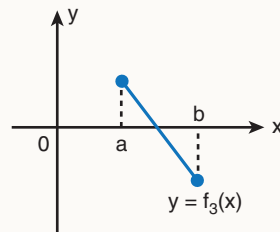
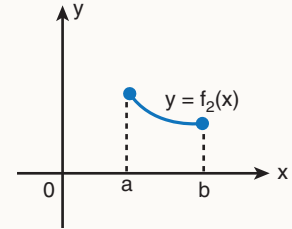
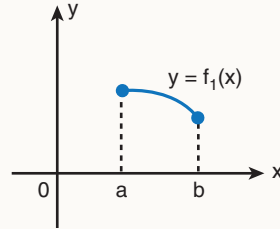
g fonksiyonu $[a, c]$ ve $(c, b]$ aralıklarında ayrı ayrı artandır diyebiliriz.

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

her x_1 ve $x_2 \in (a, b)$ için

$x_1 < x_2$ iken $f(x_1) > f(x_2)$ ise $f, [a, b]$ aralığında azalan bir fonksiyondur.

Aşağıda grafiği verilen fonksiyonların tamamı $[a, b]$ aralığında azalan fonksiyondur.

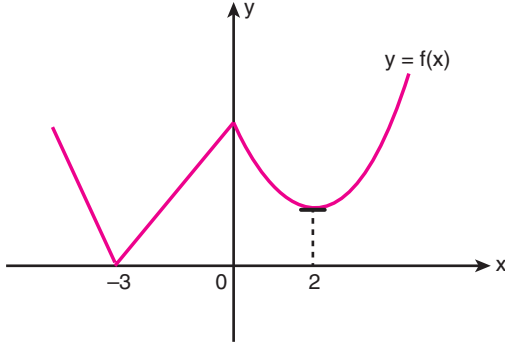


Yukarıda verilen f fonksiyonu için $[a, b]$ aralığında "azalandır" diyemeyiz.

Fonksiyon $[a, c]$ aralığında ve $(c, b]$ aralığında ayrı ayrı azalandır diyebiliriz.

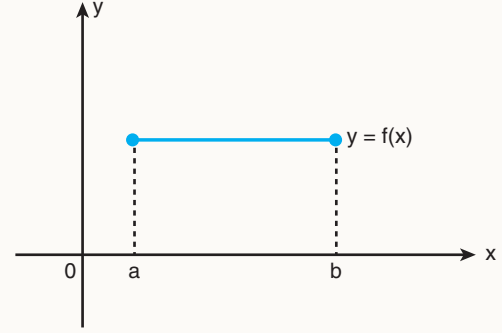


Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, fonksiyonun artan ve azalan olduğu en geniş aralıkları bulunuz.

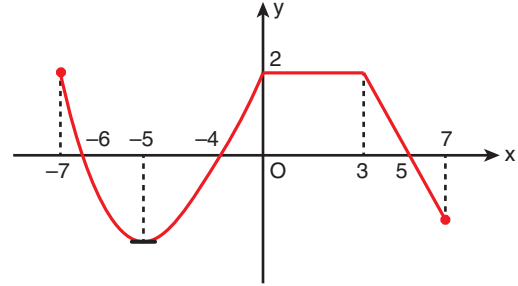
5. TİP: SABİT FONKSİYON



$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $[a, b]$ aralığında sürekli olmak üzere, $\forall x_1, x_2 \in [a, b]$ için $f(x_1) = f(x_2)$ olduğundan f fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sabit fonksiyondur.

f fonksiyonunun (a, b) aralığındaki her noktada türevi sıfırdır.

Her $x \in (a, b)$ için $f'(x) = 0$ ise f , $[a, b]$ aralığında sabit bir fonksiyondur.



$f : [-7, 7] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre,

- I. $(0, 3)$ aralığında f sabittir.
- II. $(-5, 0)$ aralığında f artandır.
- III. $(3, 7)$ aralığında f azalandır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

4. TİP 1) $(-\infty, -3]$ aralığında azalan,
 $[-3, 0]$ aralığında artan,
 $[0, 2]$ aralığında azalan,
 $[2, \infty)$ aralığında artandır.

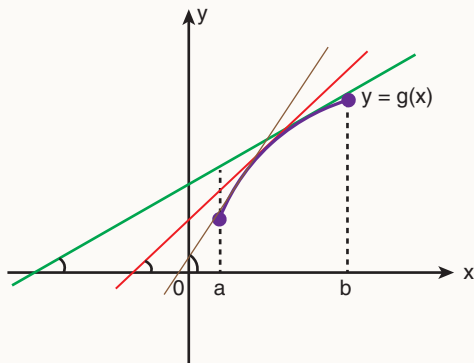
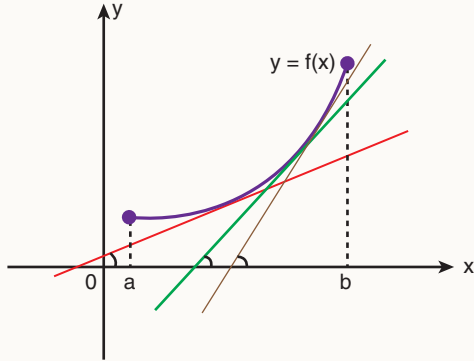
5. TİP 1) I, II ve III

6. TİP: ARTAN FONKSİYONLARIN TÜREVLE İLİŞKİSİ

f , $[a, b]$ aralığında sürekli ve (a, b) aralığında türevlenebilen bir fonksiyon olsun.

Her $x \in (a, b)$ için $f'(x) > 0$ ise f , $[a, b]$ aralığında artan bir fonksiyondur.

$[a, b]$ aralığında artan ve (a, b) aralığında türevlenebilen f fonksiyonu ile $[a, b]$ aralığında artan ve (a, b) aralığında türevlenebilen g fonksiyonuna (a, b) aralığında çizilen teğetleri incelenirse,



f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığında çizilen teğetleri x eksenine göre pozitif yönde dar açı yapmaktadır.

Yani, f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığındaki her noktada türevleri pozitiftir.

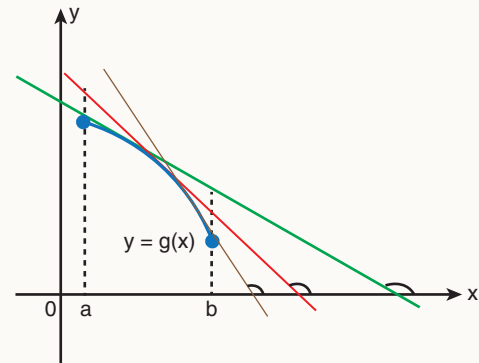
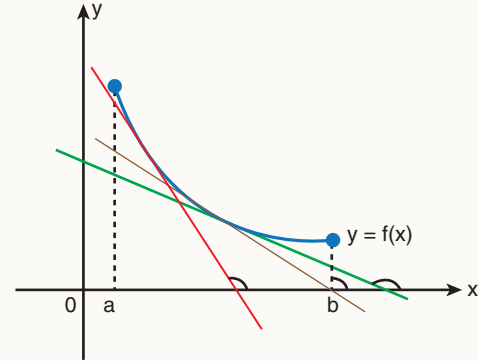
Sonuç olarak; $[a, b]$ aralığında tanımlı bir f fonksiyonu ve her $x \in (a, b)$ için, $f'(x) > 0$ ise f fonksiyonu $[a, b]$ aralığında artandır denir.

AZALAN FONKSİYONLARIN TÜREVLE İLİŞKİSİ

f , $[a, b]$ aralığında sürekli ve (a, b) aralığında türevlenebilen bir fonksiyon olsun.

Her $x \in (a, b)$ için $f'(x) < 0$ ise f , $[a, b]$ aralığında azalan bir fonksiyondur.

$[a, b]$ aralığında azalan ve (a, b) aralığında türevlenebilen f fonksiyonu ile $[a, b]$ aralığında azalan ve (a, b) aralığında türevlenebilen g fonksiyonuna (a, b) aralığında çizilen teğetleri incelersek;



f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığında çizilen teğetleri x eksenine göre pozitif yönde geniş açı yapmaktadır.

Yani, f ve g fonksiyonlarının (a, b) aralığındaki her noktada türevleri negatiftir.

Sonuç olarak; $[a, b]$ aralığında tanımlı bir f fonksiyonu ve her $x \in (a, b)$ için, $f'(x) < 0$ ise f fonksiyonu $[a, b]$ aralığında azalandır denir.

1

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 2x + 5$$

fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

2

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 3$$

fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

3

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = -2x + 1$$

fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

4

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 1$$

fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

5

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 4x^3 - 3x^4$$

fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

6

 $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = (x^2 - 2x)^2$$

fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralığı bulunuz.

7

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + ax^2 + 27x - 5$$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, a hangi aralıktadır?

6. TİP	1) $(-\infty, 1]$ aralığında azalan, $[1, \infty)$ aralığında artan.
	2) $(-\infty, -2]$ aralığında artan, $[-2, 4]$ aralığında azalan, $[4, \infty)$ aralığında artandır.
	3) $(-\infty, \infty)$ aralığında azalandır. Bir başka ifadeyle; f fonksiyonu daima azalandır.
	4) f fonksiyonu daima artandır.
	5) $(-\infty, 1]$ aralığında artan, $[1, \infty)$ aralığında azalandır.
6) $[1, 2]$	7) $[-9, 9]$

SONUÇ

f üçüncü dereceden bir polinom fonksiyon olmak üzere,
 f fonksiyonunun türev fonksiyonu;

$$f'(x) = ax^2 + bx + c$$

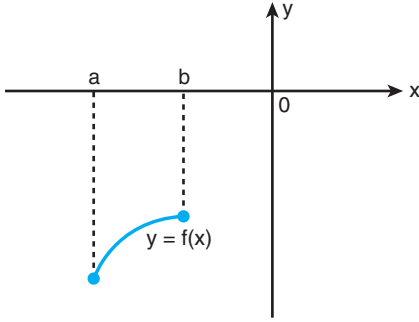
olsun.

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde,

- $a > 0$ ve $\Delta \leq 0$ ise f fonksiyonu daima artandır.
- $a < 0$ ve $\Delta \leq 0$ ise f fonksiyonu daima azalandır.

8

Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki grafiği verilmiştir.



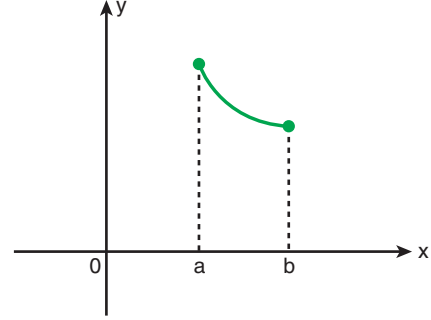
Buna göre,

- $y = f^2(x)$
- $y = (f \circ f)(x)$
- $y = \frac{1}{f(x)}$

öncüllerinde verilen fonksiyonlardan hangileri aynı aralıkta azalandır?

9

Aşağıda f fonksiyonunun $[a, b]$ aralığındaki grafiği verilmiştir.



Buna göre,

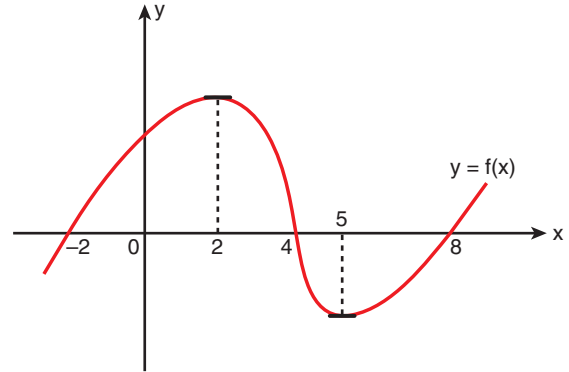
- $y = f^3(x)$
- $y = \sqrt{f(x)}$
- $y = -f(x)$

öncüllerinde verilen fonksiyonlardan hangileri aynı aralıkta artandır?

MOZ AKADEMİ

10

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- f fonksiyonu $[2, 5]$ aralığında azalandır.
- $f'(6) < 0$
- $f'(3) < 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

6. TİP

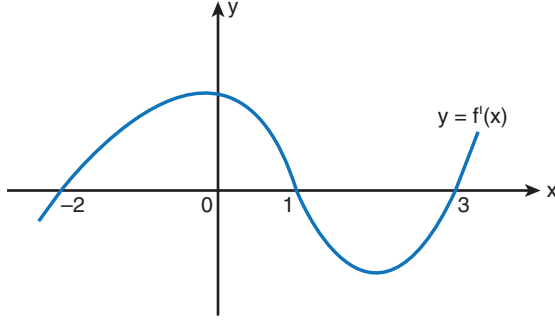
8) I ve III

9) Yalnız III

10) I ve III

11

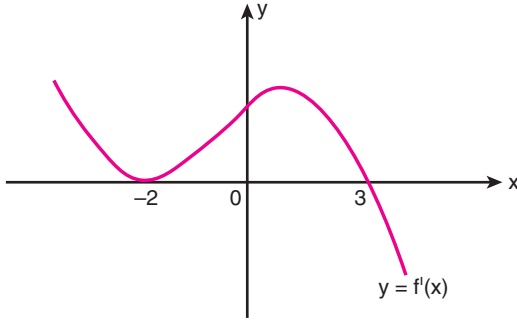
Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

12

Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun artan ve azalan olduğu aralıkları bulunuz.

13

Gerçek sayılar kümesinde tanımlı ve türevli f ve g fonksiyonları hakkında,

$$\text{her } x \in \mathbb{R} \text{ için } f'(x) < 0 \text{ ve } g'(x) > 0$$

veriliyor.

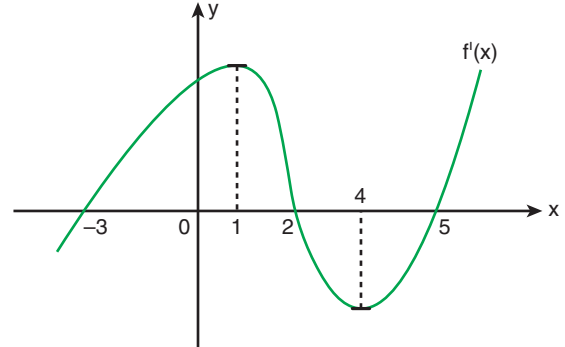
$f(3) = g(3)$ olduğuna göre,

- I. $f(4) < g(4)$
- II. $f(5) > g(5)$
- III. $f(0) > g(0)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

14

Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği gösterilmiştir.



$f(0) = f(3) = 0$ olduğuna göre,

- I. $f(1) > 0$
- II. $f(4) < 0$
- III. $f(-1) \cdot f'(-1) \cdot f''(-1) < 0$

öncüllerinden hangileri doğrudur?

6. TİP 12) $(-\infty, 3]$ aralığında artan, $[3, \infty)$ aralığında azalandır.

13) I ve III

14) I, II ve III

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 - 15x + 2$$

fonksiyonu için,

- I. $[3, 5]$ aralığında artandır.
- II. $[-3, 5]$ aralığında azalandır.
- III. $(-\infty, 5]$ aralığında artandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) Yalnız III

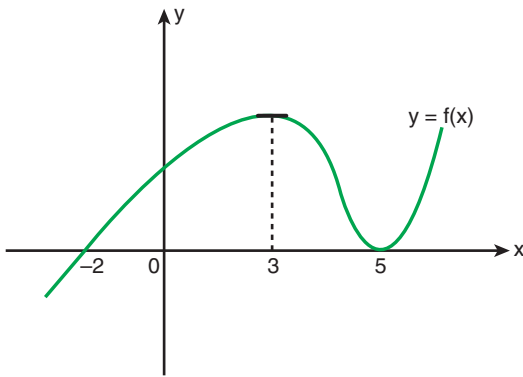
2. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + 6$$

fonksiyonu daima artan olduğuna göre, a 'nın alabileceği en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



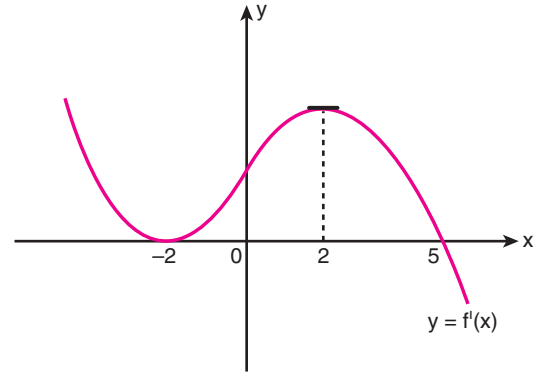
Buna göre,

- I. f fonksiyonu, $(-\infty, 3]$ aralığında artandır.
- II. $f'(-1) \cdot f'(4) < 0$ dir.
- III. f fonksiyonu $[3, 5]$ aralığında azalandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

4. Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. f fonksiyonu $(-\infty, 5]$ aralığında artandır.
- II. $f(6) < f(7)$ dir.
- III. f fonksiyonu $[2, \infty)$ aralığında azalandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) II ve III
D) I ve III E) I ve II

5. Tanımlı olduğu aralıkta f azalan ve g artan fonksiyondur.

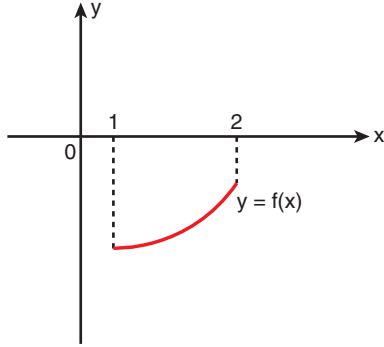
Buna göre,

- I. $(f - g)(x)$ fonksiyonu azalandır.
- II. $(f \circ g)(x)$ fonksiyonu azalandır.
- III. $x^3 - f(x)$ fonksiyonu artandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız III
D) II ve III E) I, II ve III

1. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun $[1, 2]$ aralığındaki grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. $f(x) + 2x$ fonksiyonu artandır.
- II. $x^2 \cdot f(x)$ fonksiyonu artandır.
- III. $\frac{1}{f(x)}$ fonksiyonu azalandır.

İfadelerinden hangileri daima doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

2. $f(x) = (x - 1)^2 \cdot (x^2 + 3)$

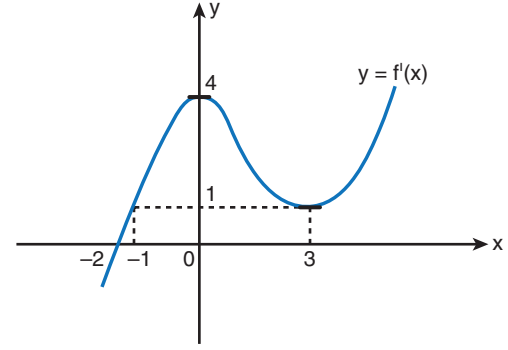
fonksiyonu için,

- I. $(-\infty, 1]$ aralığında azalandır.
- II. $[0, \infty)$ aralığında artandır.
- III. $f'(0) \cdot f'(2) < 0$ dır.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve III C) Yalnız II
D) II ve III E) I, II ve III

3. Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$$g(x) = f(x) - x$$

fonksiyonu veriliyor.

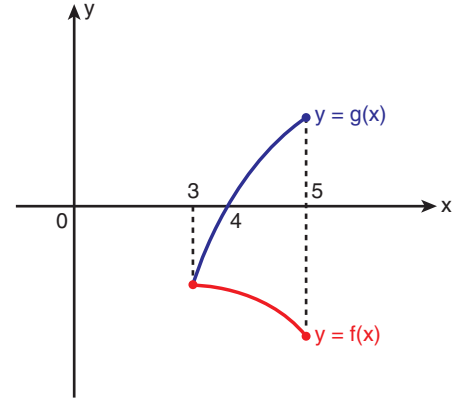
Buna göre, g fonksiyonunun azalan olduğu en geniş aralık aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $[3, \infty)$ B) $[-1, 3]$ C) $(-\infty, -1]$
D) $[-2, \infty)$ E) $[-2, 3]$

4. $f : [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$

$$g : [3, 5] \rightarrow \mathbb{R}$$

olmak üzere, aşağıda f ve g türevlenebilir fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre,

- I. $\forall x \in (3, 5)$ için $f(x) \cdot f'(x) > 0$ dır.
- II. $\forall x \in (3, 5)$ için $f'(x) \cdot g'(x) < 0$ dır.
- III. $f(4) < g(4)$ tür.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) II ve III
D) I ve III E) I, II ve III

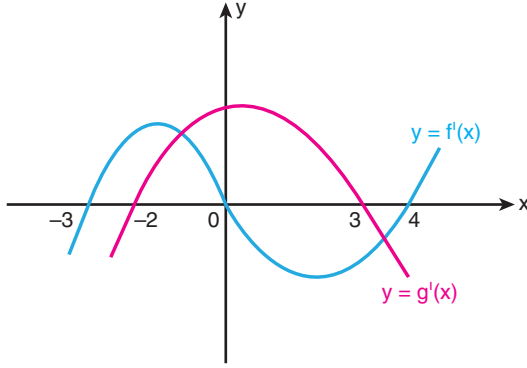
1) D

2) B

3) C

4) E

1. Aşağıda $y = f'(x)$ ve $y = g'(x)$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.



Buna göre, $f(x)$ in azalan ve $g(x)$ in artan olduğu aralık aşağıdakilerden hangisidir?

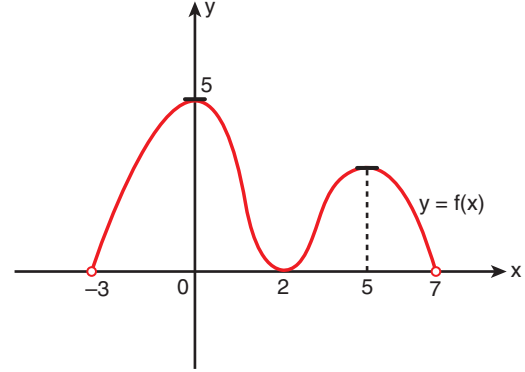
- A) $(-3, 0)$ B) $(0, 3)$ C) $(3, 4)$
D) $(-2, 3)$ E) $(-2, 0)$

2. $f(x)$ fonksiyonu her x reel sayısı için negatif değerli, azalan ve tek fonksiyondur.

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi daima azalandır?

- A) $f(-x)$ B) $5x - f(x)$ C) $x^3 + f(-x)$
D) $\frac{1}{f(-x)}$ E) $x \cdot f(x)$

3. Aşağıda $(-3, 7)$ aralığında tanımlanmış $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği çizilmiştir.



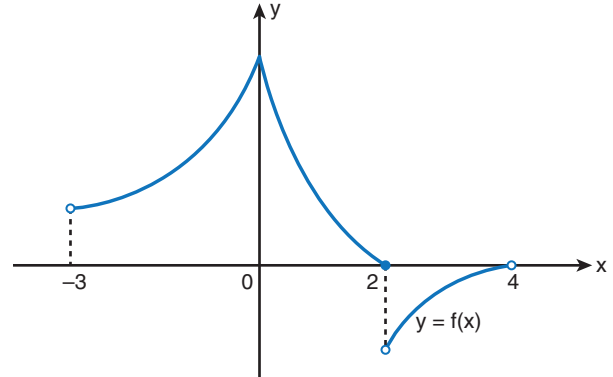
Buna göre,

$$f(x) \cdot f'(x) < 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

4. Aşağıda $(-3, 4)$ aralığında tanımlanmış $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

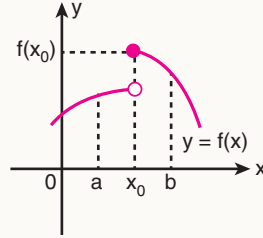
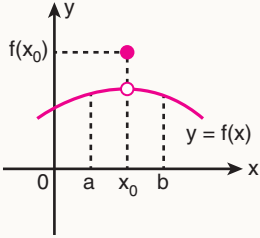
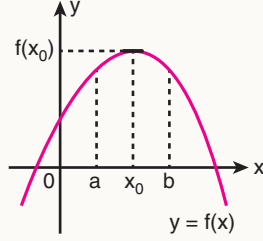
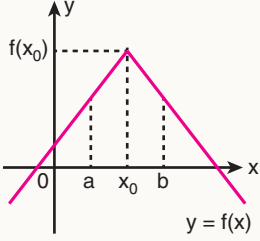
- A) $(-3, 0)$ aralığında $f(x)$ fonksiyonu artandır.
B) $(2, 4)$ aralığında $f^2(x)$ fonksiyonu azalandır.
C) $(0, 2)$ aralığında $f(x)$ fonksiyonu azalandır.
D) $(-3, 0)$ aralığında $x^2 - f(x)$ fonksiyonu artandır.
E) $(0, 2)$ aralığında $\sqrt{f(x)}$ fonksiyonu azalandır.

7. TİP: EKSTREMUM NOKTALAR

• Bir Fonksiyonun Yerel Maksimum Noktası

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $(a, b) \subseteq A$ olmak üzere, bir $x_0 \in (a, b)$ için $f(x_0)$, fonksiyonun bu aralıktaki en büyük değeri oluyorsa $(x_0, f(x_0))$ noktası f fonksiyonunun bir yerel maksimum noktasıdır denir.

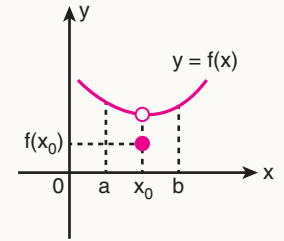
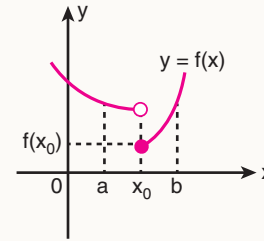
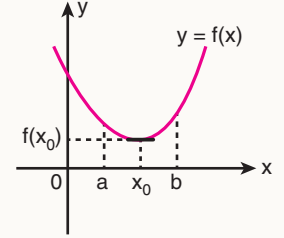
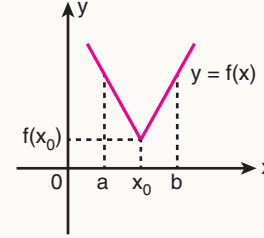
Aşağıda gösterilen 4 fonksiyon için $(x_0, f(x_0))$ noktaları yerel maksimum noktalarıdır.



• Bir Fonksiyonun Yerel Minimum Noktası

$f : A \rightarrow \mathbb{R}$ ve $(a, b) \subseteq A$ olmak üzere, bir $x_0 \in (a, b)$ için $f(x_0)$, fonksiyonun bu aralıktaki en küçük değeri oluyorsa $(x_0, f(x_0))$ noktası f fonksiyonunun bir yerel minimum noktasıdır denir.

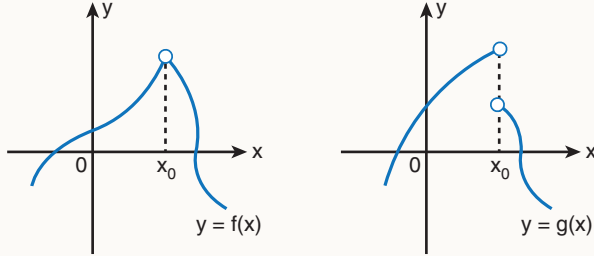
Aşağıda gösterilen 4 fonksiyon için $(x_0, f(x_0))$ noktaları yerel minimum noktalarıdır.



- f , $[a, b]$ aralığında tanımlı bir fonksiyon olmak üzere, $f(a)$ ve $f(b)$ değerleri f için yerel maksimum ya da yerel minimum noktalarıdır.

- Bir fonksiyonun yerel maksimum ve yerel minimum noktalarına, genel olarak **Ekstreum Noktalar** denir.

Uyarı: Bir fonksiyonun tanımlı olmadığı noktalarda fonksiyonun ekstreum noktası yoktur.



Yukarıda grafiği verilen f ve g fonksiyonlarının x_0 apsisi noktalarında ekstreumları yoktur.

• Mutlak Minimum ve Mutlak Maksimum Noktaları

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonunun görüntü kümesindeki en büyük sayıya $f(x)$ fonksiyonunun mutlak maksimumu, en küçük sayıya $f(x)$ fonksiyonunun mutlak minimumu denir.

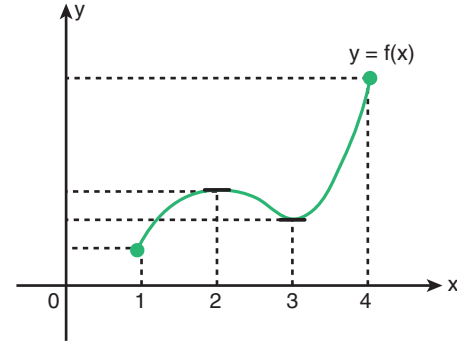
$f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sürekli bir fonksiyon ise $f(x)$ fonksiyonunun mutlak minimum ve mutlak maksimum değerleri daima vardır. Bu değerler $f(x)$ fonksiyonunun ya $f(a)$, $f(b)$ değerleridir ya da yerel ekstreum değerleridir.

$f(a)$, $f(b)$ ve yerel ekstreum değerlerinden en büyük olanına **Mutlak Maksimum**, en küçük olanına **Mutlak Minimum** denir.

$f(x)$ fonksiyonu sürekli olmadığında ya da verilen tanım kümesi (a, b) açık aralık olduğunda mutlak minimum ve mutlak maksimum değerlerinin varlığı kesin değildir.

1

Aşağıda $[1, 4]$ aralığında tanımlanmış $y = f(x)$ fonksiyonu verilmiştir.



Yukarıda $[1, 4]$ aralığında tanımlı olan f fonksiyonu için,

- $(1, f(1))$ fonksiyonun yerel noktasıdır.
- $(4, f(4))$ fonksiyonun yerel noktasıdır.
- $(2, f(2))$ fonksiyon için yerel noktadır.
- $(3, f(3))$ fonksiyon için yerel noktadır.
- $(1, f(1))$ noktası f fonksiyonunun aynı zamanda mutlak noktasıdır.
- $(4, f(4))$ noktası f fonksiyonunun aynı zamanda mutlak noktasıdır.

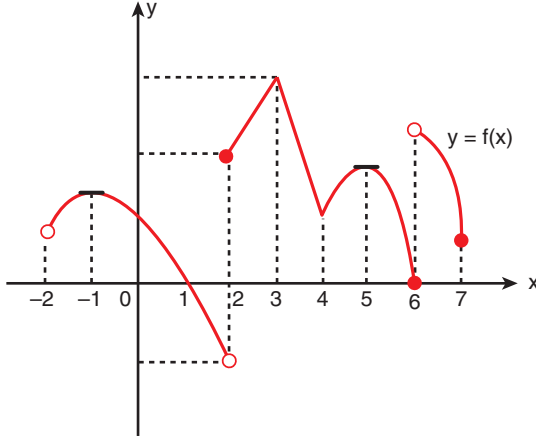
MOZ AKADEMİ

Buna göre, yazılan yerlere maksimum ya da minimum kelimelerinden uygun olanı yazınız.

7. TİP	1) a) Minimum	b) Maksimum	c) Maksimum
	d) Minimum	e) Minimum	f) Maksimum

2

Aşağıda, $(-2, 7]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Verilen fonksiyonda,

- $(-1, f(-1))$, $(3, f(3))$ ve $(5, f(5))$ noktaları fonksiyonun yerel noktalarıdır.
- $(4, f(4))$, $(6, f(6))$ ve $(7, f(7))$ noktaları fonksiyonun yerel noktalarıdır.
- $(3, f(3))$ noktası, fonksiyonun aynı zamanda mutlak noktasıdır.
- Fonksiyonun mutlak noktası yoktur.

Buna göre, yazılan yerlere maksimum ya da minimum kelimelerinden uygun olanı yazınız.

3

Aşağıda verilen fonksiyonların ekstremum noktalarını bulunuz.

- $f(x) = x^2$
- $g(x) = |x - 3|$
- $h(x) = |x^2 - 4x - 5|$

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
i

4

- $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2 - 2x$
- $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = 4 - x^2$
- $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = 3x - 1$

Yukarıda verilen fonksiyonlardan hangilerinin mutlak maksimumu vardır?

7. TİP	2) a) Maksimum b) Minimum c) Maksimum d) Minimum
3)	a) $(0, 0)$ noktası, f fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır. b) $(3, 0)$ noktası, g fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır. c) $(-1, 0)$ ve $(5, 0)$ noktaları h fonksiyonunun yerel minimum noktaları, $(2, 9)$ noktaları h fonksiyonunun yerel maksimum noktasıdır.
4)	Yalnız II

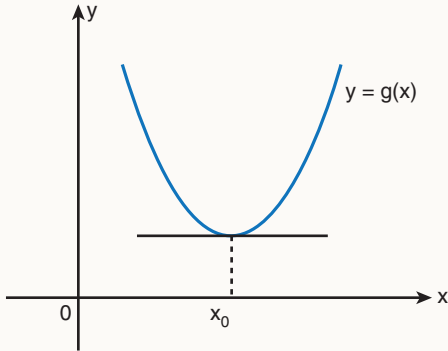
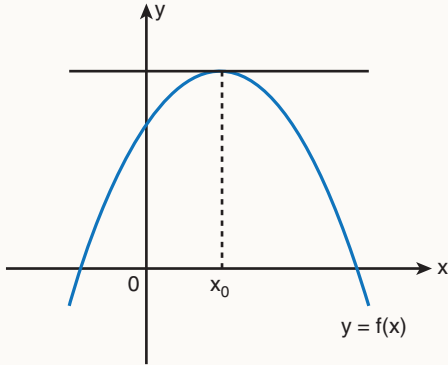
8. TİP: EKSTREMUM NOKTALARININ BİRİNCİ TÜREVLE İLİŞKİSİ

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu $[a, b]$ aralığında sürekli ve (a, b) aralığında türevli olsun.

Fonksiyonun $c \in (a, b)$ apsisli noktası ekstremum noktası ise $f'(c) = 0$ dır.

Fonksiyonun türevinin sıfıra eşit olduğu noktada türev fonksiyonu işaret değiştiriyorsa bu nokta fonksiyonun ekstremum noktasıdır.

Türev fonksiyonu işaret değiştirmiyorsa bu nokta fonksiyonun ekstremum noktası değildir.



Türevlenebilir bir fonksiyonun ekstremum noktalarında çizilen teğetleri x eksenine paralel olacağından bu teğetlerin eğimleri sıfırdır. Bu nedenle türevlenebilir bir fonksiyonun, ekstremum noktalarında türevi sıfırdır.

Yukarıda verilen f ve g fonksiyonlarının x_0 apsisli noktalarında bir ekstremum noktası vardır.

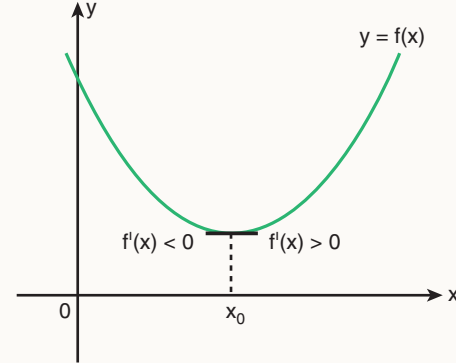
$$f'(x_0) = g'(x_0) = 0 \text{ dır.}$$

UYARI

Bir fonksiyonun türevinin sıfır olduğu noktanın ekstremum noktası olabilmesi için fonksiyonun türevinin o noktada işaret değiştirmesi gerekir.

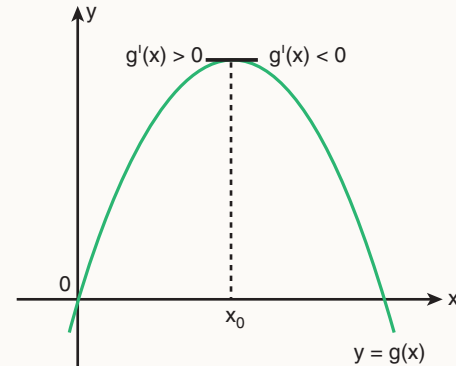
Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyon, x_0 in solunda azalır. Dolayısıyla fonksiyonun türevi x_0 in solunda negatiftir. Fonksiyon, x_0 in sağında artar.

Dolayısıyla fonksiyonun türevi x_0 in sağında pozitiftir. Bir fonksiyonun azalanlıktan artanlığa geçtiği noktaya **Yerel Minimum Noktası** denir.



Aşağıda g fonksiyonunun grafiği verilmiştir. Fonksiyon, x_0 in solunda artar. Dolayısıyla fonksiyonun türevi x_0 in solunda pozitiftir. Fonksiyon, x_0 in sağında azalır.

Dolayısıyla fonksiyonun türevi, x_0 in sağında negatiftir. Bir fonksiyonun artanlıktan azalanlığa geçtiği noktaya **Yerel Maksimum Noktası** denir.



$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 2x - 7$$

fonksiyonunun ekstremum noktasını inceleyiniz.

8. TİP 1) $(-1, -8)$ noktası f fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır.

2

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - 9x + 1$$

fonksiyonunun yerel ekstremum noktalarını bulunuz.

3

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 5$$

fonksiyonunun ekstremum noktalarını inceleyiniz.

4

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x - 10$$

fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

5

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 3x^5 - 20x^3 + 1$$

fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisleri çarpımı kaçtır?

6

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 3x + 2$$

fonksiyonunun ekstremum noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

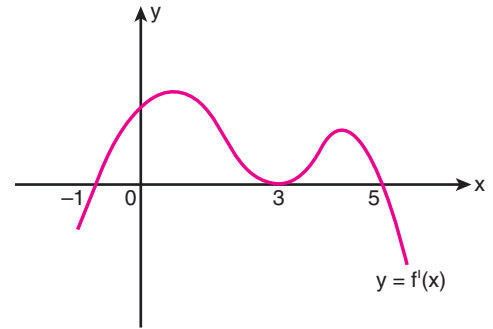
7

 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^4 - 2x^2 + a - 4$$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri 8 olduğuna göre, a kaçtır?

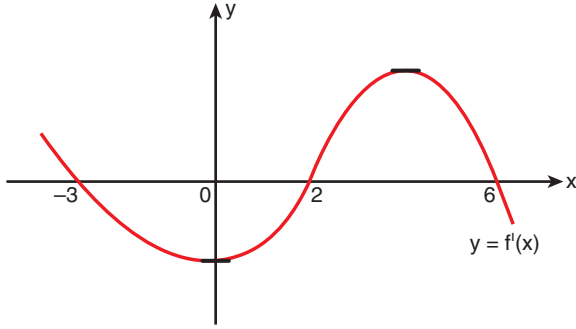
8

Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.Buna göre, f fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisleri toplamı kaçtır?

8. TİP	2) $(-3, 19)$ noktası f fonksiyonunun yerel maksimum noktası, $(3, -17)$ noktası f fonksiyonunun yerel minimum noktasıdır.				
	3) f fonksiyonunun ekstremum noktası yoktur.				
4) -15	5) -4	6) $2\sqrt{5}$	7) 12	8) 4	

9

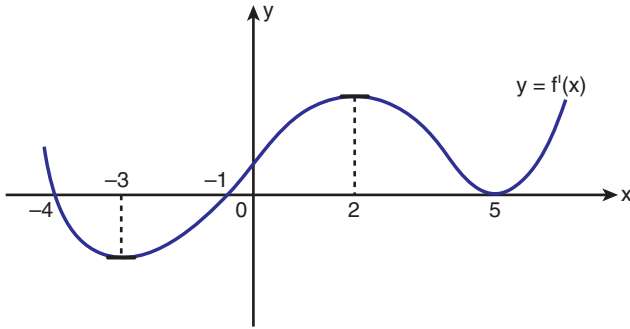
Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

10

Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

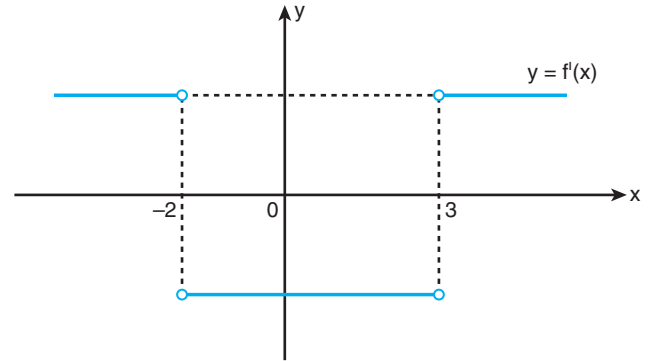


f fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi a ,
 f' fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi b 'dir.

Buna göre, $b - a$ farkı kaçtır?

11

Aşağıda gerçel sayılar kümesinde sürekli olan f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. f fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisi toplamı 1'dir.
- II. f fonksiyonunun ekstremum noktası yoktur.
- III. f fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi -2 'dir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

MOZ AKADEMİ

12

$$f : [-1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 4x + 8$$

f fonksiyonunun alabileceği maksimum değer kaçtır?

8. TİP	9) 3	10) 6	11) I ve III	12) 13
--------	------	-------	--------------	--------

1. $\mathbb{R} - \{-1\}$ de tanımlı,

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x}{x + 1}$$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

- A) 9 B) 8 C) 7 D) -7 E) -9

2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 3$$

fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

- A) 10 B) 9 C) 8 D) 7 E) 6

3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

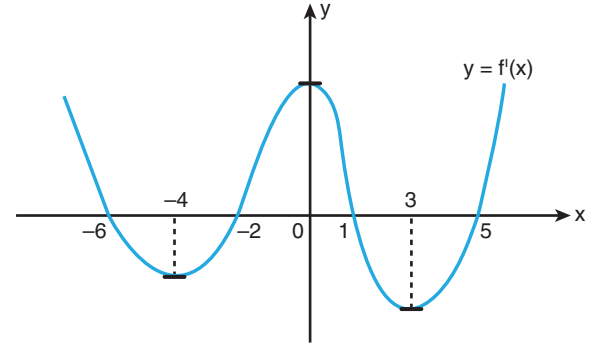
$$f(x) = x^3 + x^2 - mx + n$$

fonksiyonunun ekstremum noktalarından biri $A(1, 3)$ tür.

Buna göre, $m \cdot n$ çarpımı kaçtır?

- A) 32 B) 30 C) 28 D) 24 E) 20

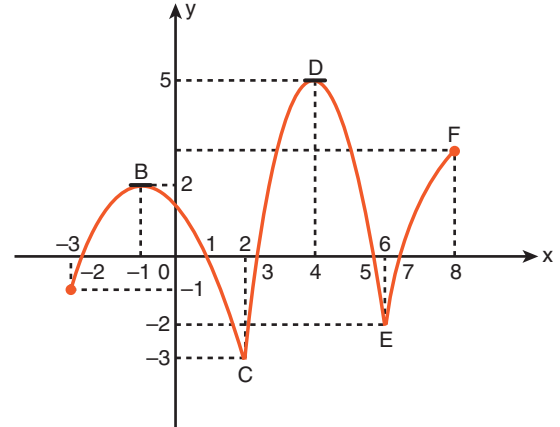
4. Aşağıda f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun yerel maksimum noktalarının apsisi toplamı kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

5. Aşağıda $f : [-3, 8] \rightarrow [-3, 5]$ olmak üzere, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. f fonksiyonunun mutlak minimum değeri ile mutlak maksimum değerinin toplamı 2'dir.
- II. f fonksiyonunun yerel minimum noktalarının apsisi toplamı 5'tir.
- III. $f'(4) + f'(0) < f'(-2)$ dir.

İfadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve II C) Yalnız II
D) II ve III E) I, II ve III

1) E	2) C	3) B	4) A	5) E
------	------	------	------	------

1. $f'(x) = (x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1) \cdot (x - 1)^2$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun kaç tane ekstremum noktası vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + a$

fonksiyonunun maksimum değeri minimum değerinin 2 katı olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 37 B) 34 C) 27 D) 24 E) 17

3. $f(x) = \frac{ax^3}{3} + 3x^2 - x - 5$

fonksiyonunun bir ekstremum noktası olmadığına göre, a 'nın alabileceği en büyük tam sayı değeri kaçtır?

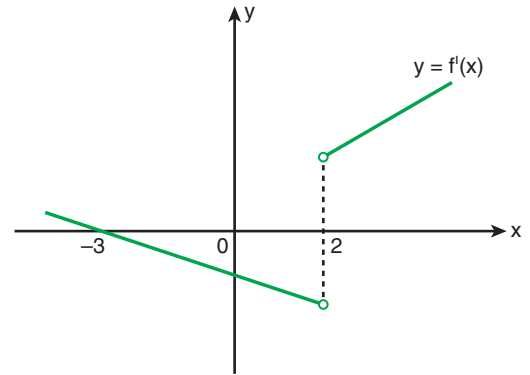
- A) -12 B) -11 C) -10 D) -9 E) -8

4. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x$

fonksiyonunun $[0, 2]$ aralığında alabileceği en küçük değer kaçtır?

- A) -76 B) -72 C) -68 D) -64 E) -56

5. Aşağıda gerçekte sayılarda tanımlı ve sürekli bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre,

- I. f fonksiyonunun $x = 2$ noktasında yerel minimumu vardır.
II. $f(0) < f(1)$
III. f fonksiyonu $(-\infty, 2)$ aralığında azalandır.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) Yalnız III E) II ve III

1. k pozitif bir gerçek sayıdır.

$$f(x) = x^3 + 6kx^2 + 5x - 3$$

fonksiyonu veriliyor.

$f'(x)$ fonksiyonunun yerel minimum değeri -7 olduğuna göre, k kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

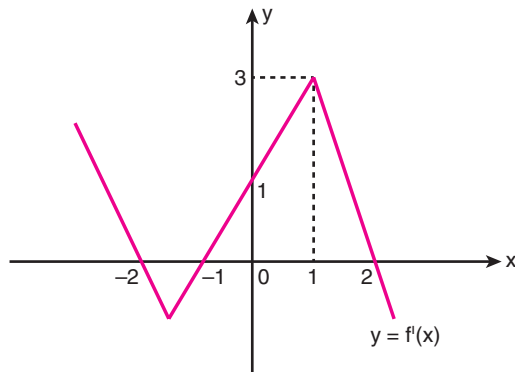
2. m ve n birer gerçek sayıdır.

$$f(x) = \frac{x^3}{6} - (m+n)x^2 + 4$$

fonksiyonunun ekstremum noktalarının apsisi toplamı -4 olduğuna göre, $m + n$ toplamı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 0 D) 1 E) 2

- 3.

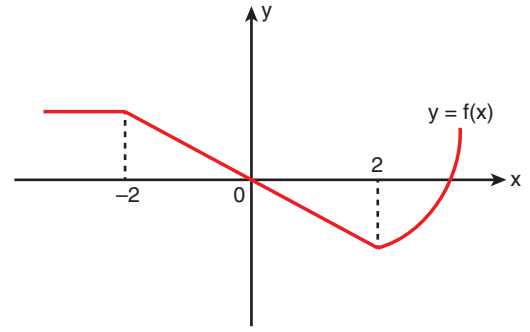


Yukarıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

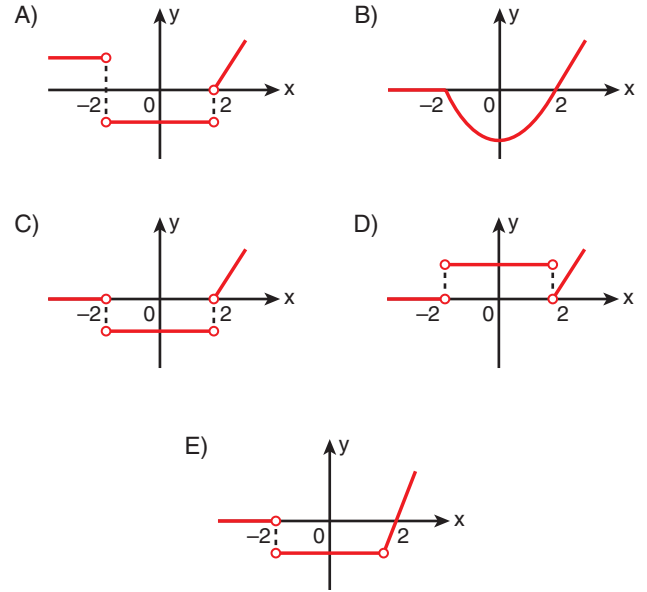
Buna göre, $f(x) - 2x$ fonksiyonunun kaç tane ekstremum değeri vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

4. Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $y = f'(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



5. $f(x) = 2x^3 - 6x$

eğrisinin ekstremum noktaları arasındaki uzaklık kaç birimdir?

- A) $2\sqrt{17}$ B) 6 C) $4\sqrt{5}$ D) 4 E) $2\sqrt{3}$

1) A	2) B	3) D	4) C	5) A
------	------	------	------	------

MAKSİMUM - MİNİMUM PROBLEMLERİ

Bir büyüklüğün alabileceği en büyük ve en küçük değeri bulmak için maksimum ya da minimum olması istenen ifade bir değişkenli fonksiyon olarak yazılır. Sonra birinci türevi incelenerek maksimum ya da minimum değeri hesaplanır.

1

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 - 6x + 10$$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

2

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$(8 - a) \cdot (a + 4)$$

çarpımının sonucu en çok kaçtır?

3

Toplamları 16 olan iki reel sayının çarpımının alabileceği en büyük değer kaçtır?

4

x TL'ye alınan mal $2x^2 - 7x + 11$ TL'ye satılıyor.

Buna göre, kârın en az olması için x kaç olmalıdır?

5

Duvar



Şekilde görüldüğü gibi bir kenarı duvar olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin üç kenarına bir sıra dikenli tel çekilecektir.

Kullanılan telin uzunluğu 120 m olduğuna göre, bahçenin alanı en çok kaç m^2 dir?

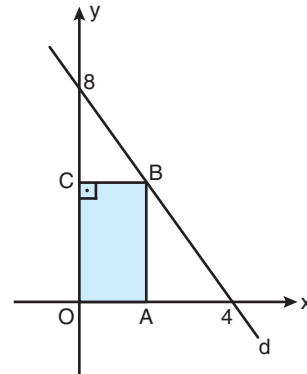
6

$f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 5x + \frac{35}{x}$$

fonksiyonunun alabileceği en küçük değer kaçtır?

7



Şekilde bir köşesi orijinde bir köşesi d doğrusu üzerinde olan OABC dikdörtgeni veriliyor.

Buna göre, dikdörtgenin alanının alabileceği en büyük değer kaç birimkaredir?

8

Bir kare dik prizmanın taban çevresi ile yüksekliğinin toplamı 8 cm'dir.

Buna göre, bu prizmanın hacmi en büyük değerini aldığı anda yüksekliği kaç cm olur?

1) 1	2) 36	3) 64	4) 2	5) 1800	6) $10\sqrt{7}$	7) 8	8) $\frac{8}{3}$
------	-------	-------	------	---------	-----------------	------	------------------

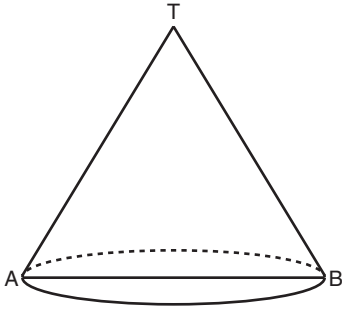
9

Her yolcu için uçak bilet fiyatının 180 TL olduğu bir havayolu şirketinde 40 kişiden fazla yolcu olduğunda her yolcu için bilet fiyatı 2 TL düşmektedir.

Örneğin; uçağa 42 yolcu binerse her yolcu 176 TL bilet parası ödüyor.

Buna göre, havayolu şirketinin kazancının en çok olması için uçağa kaç yolcunun binmesi gerekir?

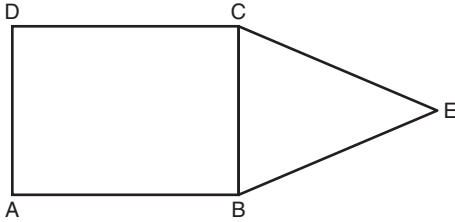
10



Şekilde verilen dik koninin taban çapı ile ana doğrusunun uzunluğu toplamı 12 cm'dir.

Buna göre, koninin yanal alanı en fazla kaç cm^2 dir?

11



Bir halı imalatçısına aşağıdaki modelde halı sipariş edilmiştir. Model dikdörtgen ve üçgenden oluşmaktadır.

Siparişte, dikdörtgen kısmın alanının 9 birimkare olması ve $|DC| = |CE|$ eşitliğinin sağlanması ayrıca belirtilmiştir.

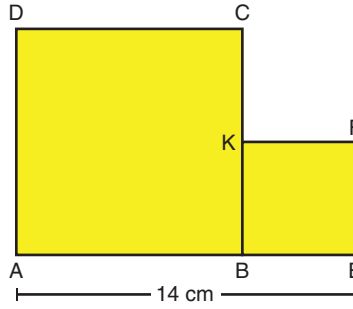
Buna göre, $|BC| + |CE|$ toplamı en az kaç birim olabilir?

12

$y = x^2$ eğrisine ait iki noktanın apsisi farkı 1'e eşittir.

Buna göre, bu iki noktanın birbirine uzaklığı en az kaç birim olabilir?

13



Şekilde kenar uzunlukları cm cinsinden birer tam sayı olan ABCD ve BEFK kareleri gösterilmiştir.

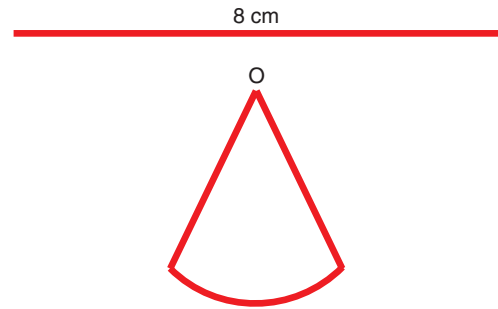
$|AE| = 14 \text{ cm}$ ve $k > 1$ olmak üzere, $\frac{|AB|}{|BE|} = k$ 'dır.

Buna göre, boyalı alanlar toplamının en az olması için k kaçtır?

14

Bir dik kenar uzunluğu ile hipotenüs uzunluğunun toplamı 18 cm olan bir dik üçgenin alanının alabileceği en büyük değer kaç cm^2 olur?

15



8 cm uzunluğundaki bir tel bükülerek şekildeki gibi O merkezli daire dilimi elde ediliyor.

Buna göre, bu dilimin alanı en çok kaç cm^2 olur?

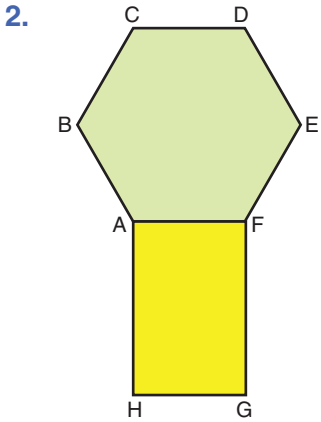
9) 65	10) 18π	11) 6	12) 1	13) $\frac{4}{3}$	14) $18\sqrt{3}$	15) 4
-------	-------------	-------	-------	-------------------	------------------	-------

1. 100 odalı bir otelde her odanın gecelik fiyatı 300 TL olarak belirlendiğinde otelin tüm odalarının dolduğu, her bir odanın gecelik fiyatına yapılan her 10 TL'lik zamda 2 odanın boş kaldığı görülmüştür.

Örneğin; bir odanın gecelik fiyatı 310 TL olduğunda otelin 98 odası dolmaktadır.

Buna göre, otelin maksimum gelir elde etmesi için bir odanın gecelik fiyatı kaç TL olmalıdır?

- A) 450 B) 430 C) 400 D) 370 E) 350

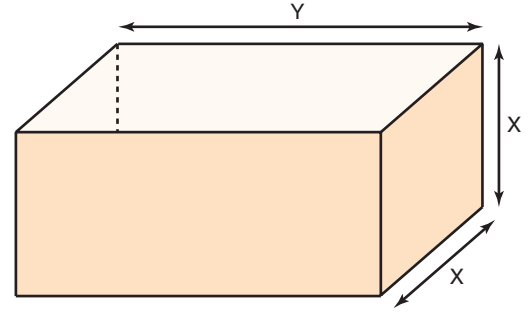


ABCDEF düzgün altıgen ve AFGH bir dikdörtgendir.

Şeklin çevresi 360 birim olduğuna göre, dikdörtgenin alanının en çok olması için altıgenin bir kenarı kaç birim olmalıdır?

- A) 60 B) 50 C) 40 D) 30 E) 20

3.



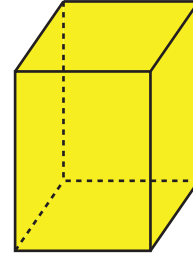
Yukarıdaki görselde üstü açık dikdörtgenler prizması şeklinde bir kutu gösterilmiştir.

Kutunun dış yüzeyinin alanı 54 cm^2 olduğuna göre, kutunun hacmi en çok kaç cm^3 tür?

- A) 54 B) 44 C) 36 D) 28 E) 16

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

4.



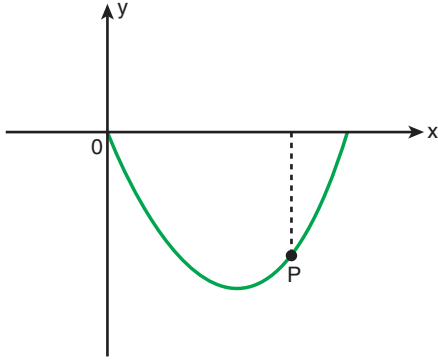
Yukarıdaki görselde verilen kare prizmanın yüzey alanı 150 birimkaredir.

Buna göre, bu prizmanın hacmi en fazla kaç birimküptür?

- A) 200 B) 175 C) 150 D) 125 E) 100

1) C	2) D	3) C	4) D
------	------	------	------

1.



Şekildeki $P(x_1, y_1)$ noktası $y = x \cdot (x - 11)$ olan parabol üzerindedir.

Buna göre, x_1 in hangi değeri için $x_1 + y_1$ toplamı en az olur?

- A) $\frac{11}{2}$ B) 5 C) $\frac{9}{2}$ D) 4 E) $\frac{7}{2}$

2. x ve y birer gerçel sayıdır.

$$x + y = 12$$

olduğuna göre, $x^2 \cdot y$ çarpımının sonucu en çok kaçtır?

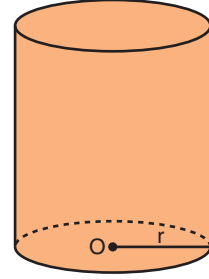
- A) 272 B) 264 C) 256 D) 248 E) 236

3. Bir koltuk üreticisi her ay $600 - x$ tane koltuk üretebilmektedir. Her bir koltuğun maliyeti 300 lira olup, üretici bu koltukların tanesini x liradan satmaktadır.

Buna göre, koltuk üreticisinin bir aydaki kârının en çok olması için kaç tane koltuk üretmesi gerekir?

- A) 250 B) 300 C) 350 D) 400 E) 450

4. Aşağıda yarıçapı r ve yüksekliği h olan bir dik silindir görseli verilmiştir.



$r + h = 6$ birim olduğuna göre, silindirin hacmi en çok kaç birimküptür?

- A) 32π B) $\frac{80\pi}{3}$ C) 24π D) $\frac{64\pi}{3}$ E) 16π

5. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 4x^3 - 3x^2 - 4x + 2$$

fonksiyonunun hangi apsisli noktasındaki teğetinin eğimi en fazladır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

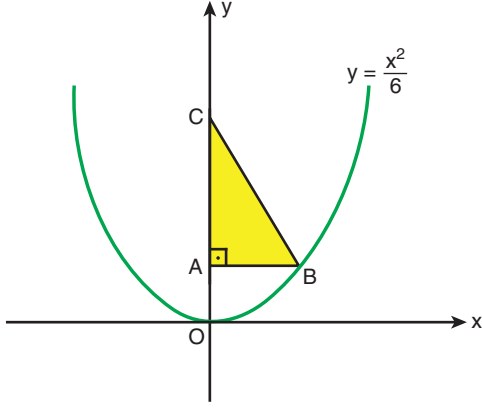
6. Dikdörtgen şeklindeki bir kâğıdın 150 cm^2 lik kısmına yazı yazılacaktır. Kâğıdın alttan ve üstten 3'er cm, sağdan ve soldan 2'şer cm'lik boşluk bırakılacaktır.

Buna göre, kâğıdın alanı en az kaç cm^2 dir?

- A) 224 B) 246 C) 286 D) 294 E) 324

1) B	2) C	3) E	4) A	5) B	6) D
------	------	------	------	------	------

1.

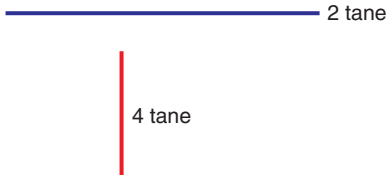


Yukarıdaki şekilde, $y = \frac{x^2}{6}$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

A(0, m) ve C(0, 25) olduğuna göre, ABC üçgeninin alanını en büyük yapan m değeri kaçtır?

- A) 17 B) $\frac{25}{3}$ C) $\frac{49}{3}$ D) 16 E) $\frac{47}{3}$

2.



Yukarıdaki görselde verilmiş olan 2 tane özdeş mavi ve 4 tane özdeş kırmızı demir çubukla aşağıdaki dikdörtgen biçimindeki çiçeklik yapılacaktır.



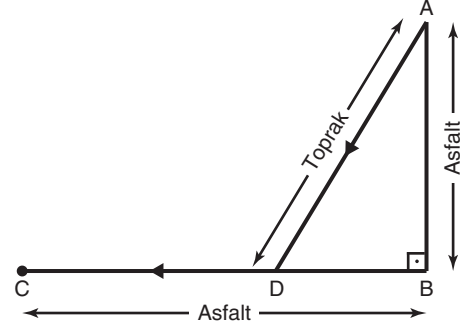
Kullanılan çubukların uzunlukları toplamı 600 cm olduğuna göre, çiçekliğin alanı en az kaç cm^2 dir?

- A) 11750 B) 11500 C) 11250
D) 10500 E) 10250

3.

Şekilde, $|BC| = 10$ km, $|AB| = 6$ km'dir.

A noktasında bulunan bir bisikletli C noktasına gidecektir. A-B-D-C yolu asfalt, A-D yolu topraktır.

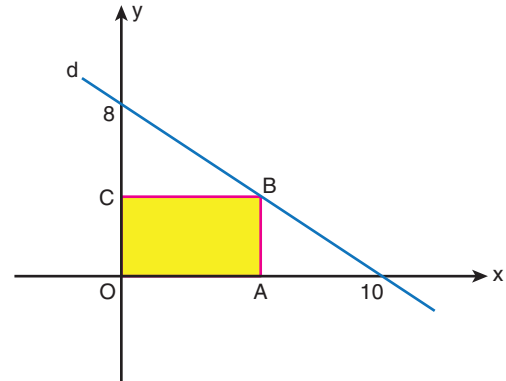


Toprak yolda hızı 15 km/sa, asfalt yolda hızı 20 km/sa olan bisikletli A-D-C yolundan giderek C noktasına en kısa sürede varacaksa, BD uzunluğu kaç km olmalıdır?

- A) $\frac{18\sqrt{3}}{7}$ B) $\frac{18\sqrt{6}}{7}$ C) $\frac{18\sqrt{7}}{7}$
D) $\frac{6\sqrt{7}}{7}$ E) $\frac{12\sqrt{7}}{7}$

MOZ
AKADEMİ

4.



Dik koordinat düzleminde verilen d doğrusu eksenleri (0, 8) ve (10, 0) noktalarında kesmiştir.

Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı en çok kaç birimkaredir?

- A) 40 B) 30 C) 25 D) 20 E) 15

1) B	2) C	3) C	4) D
------	------	------	------

FONKSİYONLARIN GRAFİKLERİNİN ÇİZİMİ

Bir fonksiyonun grafiği çizilirken aşağıdaki sıra takip edilir.

1. Fonksiyonun en geniş tanım aralığı bulunur.
2. x ve y eksenlerinin kesim noktaları bulunur. Gerekirse özel değerler verilir.
3. Fonksiyonun birinci türevi alınarak artan ve azalan olduğu aralıklar, ekstremum noktaları bulunur.
4. Değişim tablosu düzenlenerek grafik çizilir.

1

$$f(x) = (4 - x) \cdot (x + 2)$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

2

$$f(x) = (x - 2)(x + 1)(x + 3)$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

3

$$f(x) = x(x - 2)^2$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

4

$$f(x) = \frac{1}{8}(x - 1)^2 \cdot (x - 4)^2$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

5

$$f(x) = \frac{1}{16}(x + 1)(x - 2)(x + 4)^2$$

fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

6

$$f(x) = x^3 - 1$$

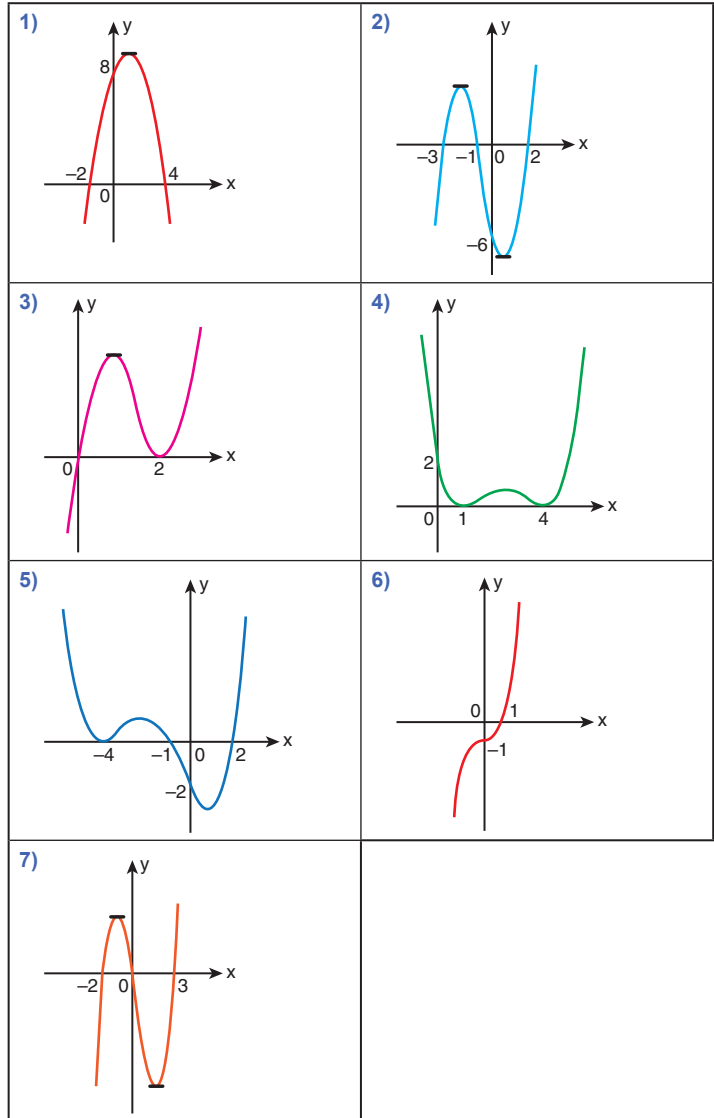
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

7

$$f(x) = x^3 - x^2 - 6x$$

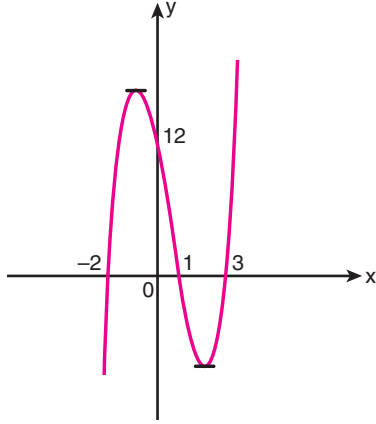
fonksiyonunun grafiğini çiziniz.

MOZ AKADEMİ



8

Aşağıda üçüncü dereceden bir polinom fonksiyon grafiği verilmiştir.

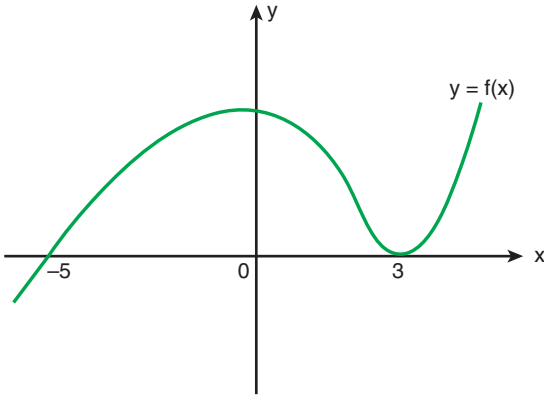


Buna göre, f fonksiyonunun denklemini bulunuz.

9

$$f(x) = (x - a) \cdot (x + b)^2$$

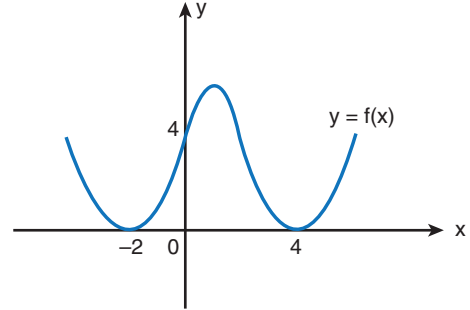
fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, a – b farkı kaçtır?

10

Aşağıda 4. dereceden f polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

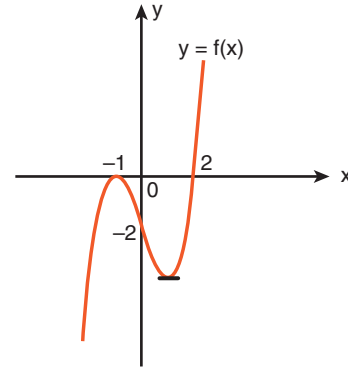


Buna göre, f(8) kaçtır?

MOZ AKADEMİ

11

Aşağıda üçüncü dereceden f polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, f fonksiyonunun yerel minimum değeri kaçtır?

8) $2(x - 1)(x - 3)(x + 2)$

9) -2

10) 100

11) -4

12

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

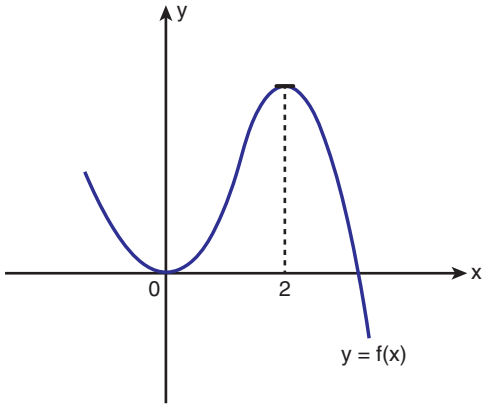
$$f(x) = (x + 2)^2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 4)$$

fonskiyonu veriliyor.

Buna göre, $y = |f(x)|$ fonksiyonunun yerel minimum noktalarının apsiler toplamı kaçtır?

13

Aşağıda grafiği verilen f fonksiyonu, üçüncü dereceden ve başkatsayısı -1 olan bir polinomdur.



Buna göre, $f(2)$ kaçtır?

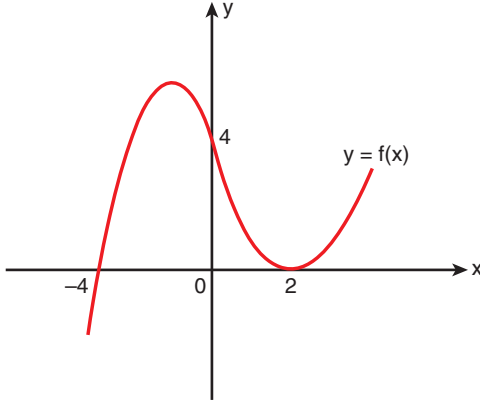
NOTLAR

MOZ
AKADEMİ

12) 3

13) 4

1. Aşağıda 3. dereceden f polinom fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



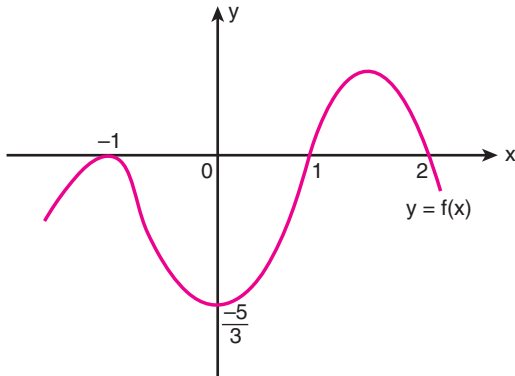
Buna göre, $f(4)$ kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 10 E) 12

2. Aşağıda,

$$f(x) = (x + 1)^2 \cdot (x - 1) \cdot (ax + b)$$

fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $a - b$ farkı kaçtır?

- A) -1 B) $-\frac{5}{4}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) $-\frac{5}{2}$ E) -2

3. I. $f(x) = x^2 \cdot (x + 3)^2$
II. $g(x) = (x^2 + x + 1) \cdot (x - 2)^2$
III. $h(x) = x^2 + x^4$

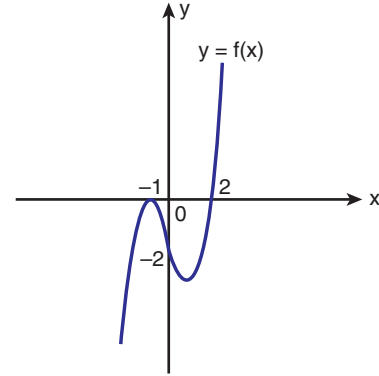
fonksiyonlarından hangilerinin grafiğinin x ekseninin altında kalan kısmı yoktur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve II
D) II ve III E) I, II ve III

- 4.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

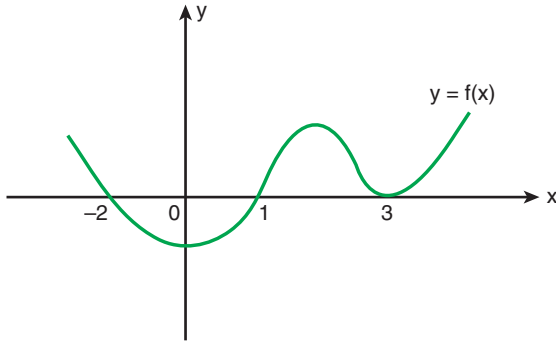
olmak üzere, f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



Buna göre, $f(1) + c$ toplamı kaçtır?

- A) -10 B) -9 C) -8 D) -7 E) -6

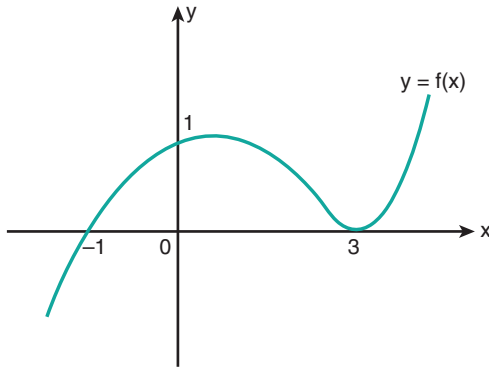
1. $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$
fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.



Buna göre, c kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

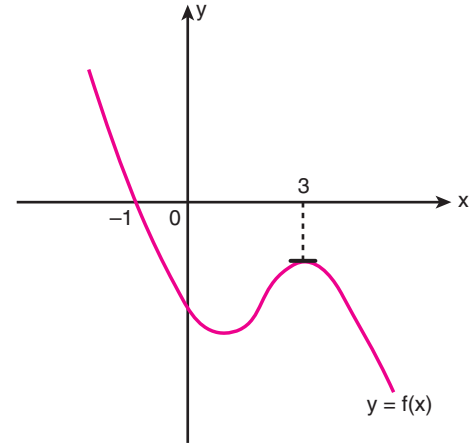
2. Aşağıda f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.
 $f(x) = (ax + b) \cdot (x + c)^2$ dir.



Buna göre, $a \cdot c + b$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $-\frac{1}{3}$ B) $-\frac{2}{9}$ C) $-\frac{1}{4}$ D) $-\frac{1}{6}$ E) $-\frac{1}{9}$

3. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

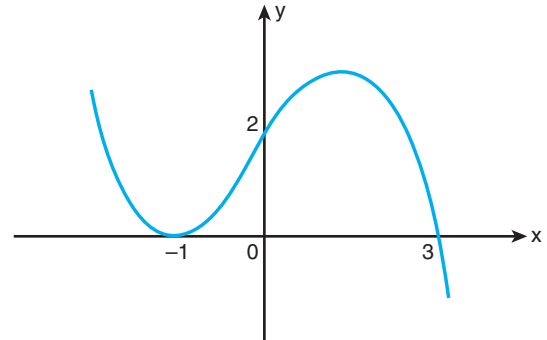


$$f(x) = ax^3 + 2x^2 - 3x + b$$

olduğuna göre, $\frac{b}{a}$ oranı kaçtır?

- A) 12 B) 13 C) 14 D) 15 E) 16

- 4.



Şekilde grafiği verilen üçüncü dereceden polinom fonksiyonunun yerel maksimum noktasının apsisi kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

1) C

2) B

3) E

4) C

1. TİP: DİFERANSİYEL

x değişkeninde meydana gelen sifıra yakın değişim dx ile ifade edilir. Bu değişime bağlı olarak $y = f(x)$ fonksiyonundaki değişim de dy ile gösterilir.

$$\frac{dy}{dx} = f'(x) \text{ olduğuna göre, } f(x) \text{ fonksiyonunun diferansiyeli}$$

$$dy = f'(x)dx$$

şeklinde elde edilir.

Aynı şekilde $f(x)$ türevlenebilen bir fonksiyon ise

$$\frac{d(f(x))}{dx} = f'(x)$$

$d(f(x)) = f'(x)dx$ ifadesi $f(x)$ fonksiyonunun diferansiyelidir.

Aşağıda diferansiyeli alınan fonksiyonları inceleyelim.

- $y = x^3 + x + 1$ ise $dy = (3x^2 + 1) dx$
- $u = (x + 2)^2$ ise $du = 2(x + 2)dx$
- $x = 3u^2 + u + 1$ ise $dx = (6u + 1)du$
- $u = (2t^2 + t)^2$ ise $du = 2(2t^2 + t)(4t + 1)dt$

1

$$f(x) = x^2 - 4x + 7$$

fonksiyonunun diferansiyelini bulunuz.

2

$$f(u) = \sqrt{u} - u + 1$$

fonksiyonunun diferansiyelini bulunuz.

3

$$f(t) = \frac{2t - 1}{4t + 3}$$

fonksiyonunun diferansiyelini bulunuz.

2. TİP: BELİRSİZ İNTEGRAL

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ ve $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ şeklinde tanımlı ve türevlenebilir f ve F fonksiyonları verilmiş olsun.

Her $x \in (a, b)$ için $F'(x) = f(x)$ ise $F(x) + c$ fonksiyonuna $f(x)$ fonksiyonunun ilkel, belirsiz integrali veya ters türevi denir. ($c \in \mathbb{R}$)

$$F(x) = x^3 \Rightarrow F'(x) = 3x^2 = f(x)$$

$$F(x) = x^3 + 4 \Rightarrow F'(x) = 3x^2 = f(x)$$

$$F(x) = x^3 - 8 \Rightarrow F'(x) = 3x^2 = f(x)$$

$$F(x) = x^3 + c \Rightarrow F'(x) = 3x^2 = f(x)$$

Yukarıda görüldüğü gibi belirsiz integral ifadesi sabitin türevinin sıfır olmasından kaynaklanmaktadır.

$$F'(x) = f(x) \Rightarrow \int f(x) dx = F(x) + c \text{ dir.}$$

$\int f(x) dx$ demek x 'e göre türevi $f(x)$ olan $F(x)$ fonksiyonlarının kümesini bulmak demektir.

$$\int \rightarrow \text{integral işareti}$$

c : integral sabitidir.

1

$$\int 4dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

2

$$\int (2x - 3) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

3

$$f(2x - 4) = \int 5dx$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f(8) - f(6)$ farkı kaçtır?

1. TİP	1) $(2x - 4)dx$	2) $\left(\frac{1}{2\sqrt{u}} - 1\right)du$	3) $\frac{10}{(4t + 3)^2}dt$
--------	-----------------	---	------------------------------

2. TİP	1) $4x + c$	2) $x^2 - 3x + c$	3) 5
--------	-------------	-------------------	------

3. TİP: BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$$\frac{d}{dx} \left(\int f(x) dx \right) = f(x)$$

Belirsiz integralin türevi integral içindeki fonksiyona eşittir.

Kısaca bir fonksiyonun tersinin tersi gibi düşünülebilir.

1

$$\frac{d}{dx} \left(\int (x^2 - 4x + 1) dx \right)$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

2

$$f(x) = x + \frac{d}{dx} \left(\int \frac{x^3}{x^2 - 8} dx \right)$$

olduğuna göre, $f(3)$ kaçtır?

3

$$\frac{d^2}{dx^2} \left[\int \left(\frac{x^3}{3} - 1 \right) dx \right]$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

4

$$f(x) = \int (2^x \cdot x + 1) dx$$

fonksiyonunun $x = 1$ noktasındaki teğetinin eğimi kaçtır?

4. TİP: BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$$d \left(\int f(x) dx \right) = f(x) dx$$

$$F'(x) = f(x)$$

$$d \left(\int f(x) dx \right) = \left(\int f(x) dx \right)' dx$$

$$= [F(x) + c]' dx$$

$$= f(x) dx$$

1

$$I. \quad d \left(\int x^2 dx \right) = x^2 dx$$

$$II. \quad d \left(\int (x - 2) dx \right) = (x - 2) dx$$

$$III. \quad d \left(\int (2u + \sin u) du \right) = (2u + \sin u) du$$

Yukarıda verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

2

$$d \left(\int ax^2 dx \right) = 4x^2 dx$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

3. TİP

1) $x^2 - 4x + 1$

2) 30

3) x^2

4) 3

4. TİP

1) I, II ve III

2) 4

5. TİP: BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$$\int d(f(x)) = \int f'(x)dx = f(x) + c \text{ dir.}$$

Kısaca integral içinde diferansiyel, fonksiyonun c sabiti ile toplamına eşittir.

1

I. $\int d(x^2 - x) = x^2 - x + c$

II. $\int d(x^2 + x + 1) = x^2 + x + c$

III. $\int d(3x^2) = x^3 + c$

Yukarıda verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

2

$$f(x) = \int d(x^3 - x^2)$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(4)$ değeri kaçtır?

3

$$f: \mathbb{R} - \{4\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$$

$$f(x) = \frac{2x-3}{x-4}$$

olduğuna göre,

$$\int d(f^{-1}(x))$$

integralinin eşitini bulunuz.

6. TİP: BELİRSİZ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

- $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int a f(x)dx = a \int f(x)dx \text{ tir.}$$

İntegralde çarpım durumundaki sabit terim integral dışına çıkar.

- $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$

$$\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx - \int g(x)dx$$

İntegralin toplama ve çıkarma üzerinde dağılıma özelliği vardır.

- İntegralin çarpma ve bölme üzerinde dağılıma özelliği yoktur.

1

I. $\int 5dx = 5 \cdot \int dx$

II. $\int 3x^3 dx = 3 \cdot \int x^3 dx$

III. $\int y^2 \cdot x dy = x \cdot \int y^2 \cdot dy$

Yukarıda verilen eşitliklerden hangileri doğrudur?

2

$$\int \cos 2x dx + \int 2 \sin^2 x dx$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

3

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left(\int x^2 dx - \int 2x dx \right)$$

olduğuna göre, $f'(3)$ değeri kaçtır?

5. TİP	1) I ve II	2) 40	3) $\frac{4x-3}{x-2} + c$
--------	------------	-------	---------------------------

6. TİP	1) I, II ve III	2) $x + c$	3) 4
--------	-----------------	------------	------

7. TİP: EŞİTLİĞİN HER İKİ TARAFININ TÜREVİNİ ALMAK

1

$$\int x^2 \cdot f(x) dx = x^4 + 4x^3$$

olduğuna göre, $f(1)$ değeri kaçtır?

2

$$\int [2f(x) - g(x)] dx = 5x^3 - 4x + 7$$

$$\int [f(x) + g(x)] dx = x^3 - 3x^2 - 2x + 2$$

integralleri veriliyor.

Buna göre, $f(-1)$ kaçtır?

3

$P(x)$ bir polinomdur.

$$\int \frac{P(x+2)}{x+3} dx = 2x^2 - 5x + c$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun sabit terimi kaçtır?

4

$$\int \frac{f(x)}{x} dx = x^2 - 6x + 2$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

8. TİP: İNTEGRAL ALMA KURALLARI

1. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int a dx = ax + c$$

2. $n \neq -1$ bir rasyonel sayı olmak üzere,

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \text{ dir.}$$

1

a) $\int x^4 dx =$

b) $\int \frac{1}{x^5} dx =$

c) $\int x\sqrt{x} dx =$

d) $\int (x^4 - 2x^2 + x^{-2} + 1) dx =$

e) $\int x \cdot (x-1)^2 dx =$

f) $\int \frac{x^2-1}{x+1} dx =$

g) $\int \left(\frac{2x^3 + x^2 \cdot \sqrt{x} + 1}{x^2} \right) dx =$

h) $\int \left(\sqrt{3x} - \frac{1}{x} \right) \cdot \left(\sqrt{3x} + \frac{1}{x} \right) dx =$

i) $\int \frac{d(x^2+x)}{x^3} =$

Yukarıda verilen integrallerin sonuçlarını bulunuz.

8. TİP

1) a) $\int x^4 dx = \frac{x^5}{5} + c$

b) $\int \frac{1}{x^5} dx = \frac{-1}{4 \cdot x^4} + c$

c) $\int x\sqrt{x} dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$

d) $\int (x^4 - 2x^2 + x^{-2} + 1) dx = \frac{x^5}{5} - \frac{2x^3}{3} - \frac{1}{x} + x + c$

e) $\int x \cdot (x-1)^2 dx = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$

f) $\int \frac{x^2-1}{x+1} dx = \frac{x^2}{2} - x + c$

g) $\int \left(\frac{2x^3 + x^2 \cdot \sqrt{x} + 1}{x^2} \right) dx = x^2 + \frac{2}{3} \cdot x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{x} + c$

h) $\int \left(\sqrt{3x} - \frac{1}{x} \right) \cdot \left(\sqrt{3x} + \frac{1}{x} \right) dx = x^3 + \frac{1}{x} + c$

i) $\int \frac{d(x^2+x)}{x^3} = \frac{-2}{x} - \frac{1}{2x^2} + c$

7. TİP	1) 16	2) 6	3) -13	4) $\frac{3}{2}$
--------	-------	------	--------	------------------

2

$$f'(x) = 2x + 6 \text{ ve } f(1) = 10$$

olduğuna göre, $f(3)$ değeri kaçtır?

3

$f(x)$ fonksiyonu $A(1, 3)$ noktasından geçiyor.

$$f'(x) = 4x - 3$$

olduğuna göre, $f(-2)$ kaçtır?

4

$y = f(x)$ fonksiyonu için,

$$f''(x) = 12x + 6$$

$$f'(1) = -5$$

$$f(0) = 2$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $f(-1)$ değeri kaçtır?

5

Her noktasındaki teğetin eğimi, o noktanın apsisinin iki katına eşit olan ve $A(2, 1)$ noktasından geçen eğrinin denklemini bulunuz.

6

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \int (2x - 8) dx$$

fonksiyonunun yerel minimum değeri 4 olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

9. TİP: $\int P(x) dx$ BİÇİMİNDEKİ İFADELER

1

$P(x)$ bir polinomdur.

$$\text{der}[P'(x)] = 4$$

olduğuna göre,

$$Q(x) = \int P^3(x) dx$$

polinomunun derecesi kaçtır?

2

M $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x) + \int P(x) dx = x^2 + 3x + 5$$

O $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

2 $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

A $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

K $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

D $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

E $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

M $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

i $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

3

$P(x)$ polinomu başkatsayısı ve sabit terimi birbirine eşit olan bir polinom olmak üzere,

$$\int P(x) \cdot dx = 4x^2 + mx + c$$

olduğuna göre, $P(x)$ polinomunun $x - 8$ ile bölümünden kalan kaçtır?

8. TİP	2) 30	3) 18	4) 20	5) $f(x) = x^2 - 3$	6) 20
--------	-------	-------	-------	---------------------	-------

9. TİP	1) 16	2) 3	3) 72
--------	-------	------	-------

1. I. $d \int f(x) dx = f(x) dx$

II. $\int d(f(x)) = f(x)$

III. $\frac{d}{dx} \int f(x) dx = f(x)$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve II

D) I ve III

E) I, II ve III

2. $\int (2x^3 - 5) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^4}{4} - 5x + c$

B) $\frac{x^4}{2} - 5x + c$

C) $\frac{x^4}{2} - 10x + c$

D) $\frac{x^3}{3} - 5x + c$

E) $\frac{x^3}{6} - 5x + c$

3. $f(x) = \int (3x^2 - 8x + 2) dx$

$f(1) = 4$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $f(-1)$ kaçtır?

A) -6

B) -4

C) -2

D) -1

E) 2

4. $\int \frac{x^2 - 1}{x - 1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{x^2}{2} + x + c$

B) $\frac{x^2}{2} - x + c$

C) $2x^2 + x + c$

D) $2x^2 - x + c$

E) $x^2 + \frac{x}{2} + c$

5. $\int [x \cdot f(x)] dx = x^4 - 2x^2 + 5$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

A) 2

B) 4

C) 8

D) 12

E) 24

6. $\int f(3x + 1) dx = 2x^3 + x + 3$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiğine $x = -2$ apsisli noktasından çizilen teğetin eğimi kaçtır?

A) -4

B) -2

C) -1

D) 2

E) 4

1) D

2) B

3) C

4) A

5) C

6) A

1. $\int \frac{x^2 - 3}{x^2} dx$

integralinin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x - \frac{3}{x} + c$ B) $x + \frac{3}{x} + c$ C) $\frac{1}{x} - x + c$
 D) $\frac{1}{x^2} - x^2 + c$ E) $2x + \frac{3}{x} + c$

2. $\int \frac{(1 + \sqrt{x})^2}{\sqrt{x}} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x} - x + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^5} + c$ B) $\sqrt{x} + 2x + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x} + c$
 C) $2\sqrt{x} - 2x + \frac{2}{3} \cdot \sqrt[3]{x} + c$ D) $2\sqrt{x} + 2x + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + c$
 E) $\sqrt{x} - 2x + \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} + c$

3. $f(x) = \int \frac{x}{x^2 + 1} dx$

eşitliği veriliyor.

Buna göre,

$$\int \left(\frac{x^2 + 3x + 1}{x^2 + 1} \right) dx$$

integralinin $f(x)$ cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(x) + x + c$ B) $2f(x) + x + c$ C) $f(x) + 3x + c$
 D) $3f(x) + x + c$ E) $3f(x) + 2x + c$

4. $y = f(x)$ fonksiyonunun $A(-1, 2)$ noktasındaki teğetinin eğimi 1 ve $f''(x) = 2$ dir.

Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $\int [x \cdot f'(x)] dx = 2x^3 + x^2 + 1$

eşitliği veriliyor.

$f(1) = 6$ olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 4

6. $\int \frac{d(x^3 - x^2)}{x}$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 - x + c$ B) $3x^2 - 2x + c$ C) $\frac{3x^2}{2} - x + c$
 D) $\frac{3x^2}{2} - 2x + c$ E) $x^2 - \frac{x}{2} + c$

1. $\int \left(\frac{x^3 + x^2 + x + 1}{x + 1} \right) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2}{2} + x + c$ B) $\frac{x^2}{3} + 2x + c$ C) $\frac{x^3}{3} + x + c$
 D) $\frac{x^3}{3} - x + c$ E) $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c$

2. $P(x)$ bir polinom olmak üzere,

$$P(x) = \int (2x - 6) dx$$

polinomunun $P'(x)$ polinomuna bölümünden kalan 4'tür.

Buna göre, $P(1)$ kaçtır?

- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

3. $P(x)$ bir polinomdur.

$$Q(x) = \int x \cdot P^2(x) dx$$

polinomunun derecesi 12'dir.

Buna göre, $P'(x)$ polinomunun derecesi kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\frac{d}{dx} \int \frac{d(3x^2 + 1)}{x}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6 B) 6x C) 6x + c
 D) 3x² E) 3x² + c

BELİRSİZ İNTEGRAL ALMA TEKNİKLERİ

Değişken Değiştirme Tekniği

İntegrali alınacak ifadedeki çarpanlar birbirinin türevi oluyorsa çarpanların birine u denir. Sonra du diferansiyeli alınarak fonksiyon, integrali alınabilecek duruma getirilir. Daha sonra eski değişkene dönülür.

$$\int f(g(x)) \cdot g'(x) dx \text{ integralinde}$$

$$u = g(x) \text{ dönüşümü yapılırsa } du = g'(x) dx \text{ olur.}$$

$$\text{İntegral } \int f(u) du \text{ biçimine dönüştürülür.}$$

1

$$\int x \cdot (x^2 + 2)^3 dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

2

$$\int f^2(x) \cdot f'(x) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

3

$$\int (3x + 1)^5 dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

4

$$\int (x^2 - x)^5 \cdot (6x - 3) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

5

$$\int \frac{f'\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

6

a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$\int \frac{f'(x)}{f^3(x)} dx = a \cdot f^b(x) + c$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a – b farkı kaçtır?

7

$$\int \sqrt{2x + 3} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

8

$$\int \frac{f'(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

9

$$\int x^2 \cdot \sqrt{x^3 + 5} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

1) $\frac{(x^2 + 2)^4}{8} + c$	2) $\frac{f^3(x)}{3} + c$	3) $\frac{(3x + 1)^6}{18} + c$
4) $\frac{(x^2 - x)^6}{2} + c$	5) $-f\left(\frac{1}{x}\right) + c$	6) $\frac{3}{2}$
7) $\frac{\sqrt{(2x + 3)^3}}{3} + c$	8) $2 \cdot f(\sqrt{x}) + c$	9) $\frac{2}{9} \sqrt{(x^3 + 5)^3} + c$

10

$$\int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+6}} dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

11

a bir reel sayı olmak üzere,

$$\int \frac{xdx}{\sqrt{x+2}} = a \cdot (x-4) \cdot \sqrt{x+2} + c$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a kaçtır?

12

$$\int \frac{\sqrt{x}+1}{2-\sqrt{x}} dx$$

integralinde $x = u^2$ dönüşümü yapılırsa oluşacak yeni integrali bulunuz.

13

$$\int \left(\frac{(x-2)\sqrt{x+1}}{2} \right) dx$$

integralinde $\sqrt{x+1} = u$ dönüşümü yapıldığında oluşan integrali bulunuz.

14

$$\int \frac{\sqrt[4]{x}-x}{\sqrt[3]{x}} dx$$

integrali için $x = u^{12}$ dönüşümü yapılırsa oluşan yeni integrali bulunuz.

15

$$\int (x+1)^4(x-2) dx$$

integralinin eşitini bulunuz.

10) $\sqrt{x^2 + 2x + 6} + c$	11) $\frac{2}{3}$	12) $2 \cdot \int \left(\frac{u^2 + u}{2 - u} \right) du$
13) $\int (u^4 - 3u^2) du$		14) $12 \cdot \int (u^{10} - u^{19}) du$
15) $\frac{(x + 1)^6}{6} - \frac{3 \cdot (x + 1)^5}{5} + c$		

1. $\int x \cdot (x^2 + 1)^6 dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x^2 + 1)^6}{12} + c$ B) $\frac{(x^2 + 1)^7}{14} + c$ C) $\frac{(x^2 + 1)^7}{12} + c$
D) $\frac{(x^2 + 1)^7}{7} + c$ E) $\frac{2}{7}(x^2 + 1)^7 + c$

2. $\int f^4(x) \cdot f'(x) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{f^4(x)}{4} + c$ B) $\frac{f^5(x)}{5} + c$ C) $\frac{f^3(x)}{12} + c$
D) $\frac{f^4(x)}{12} + c$ E) $\frac{f^5(x)}{4} + c$

3. $\int (x + \sqrt[3]{x}) dx$

integraline $x = u^3$ dönüşümü uygulandığında oluşan yeni integral aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) $\frac{1}{3} \int (u^5 + u^2) du$ B) $3 \int (u^5 + u) du$
C) $3 \int (u^6 + u^3) du$ D) $\frac{1}{3} \int (u^5 + u^3) du$
E) $3 \int (u^5 + u^3) du$

4. $\int g'(f(x)) \cdot f'(x) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $(g \circ f)(x) + c$ B) $(f \circ g)(x) + c$ C) $f^2(g(x)) + c$
D) $g^2(f(x)) + c$ E) $(f \cdot g)(x) + c$

5. $\int \frac{dx}{(x^2 + 6x + 9)}$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-1}{x+3} + c$ B) $\frac{1}{x+3} + c$ C) $\frac{-1}{(x+3)^3} + c$
D) $\frac{1}{2x+6} + c$ E) $-(x+3)^2 + c$

6. $\int f''(f(x)) \cdot f'(x) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $f(f(x)) + c$ B) $f^2(x) + c$ C) $f(f'(x)) + c$
D) $f'(x) + c$ E) $f'(f(x)) + c$

7. $f(x) = \int x \cdot \sqrt{1+x^2} dx$

fonksiyonu veriliyor.

$f(\sqrt{3}) = 3$ olduğuna göre, $f(0)$ kaçtır?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$ D) 1 E) $\frac{4}{3}$

1. $\int x \cdot f''(x^2) dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{f(x^2)}{2} + c$ B) $\frac{f'(x^2)}{2} + c$ C) $2 \cdot f'(x) + c$
D) $2 \cdot f'(x^2) + c$ E) $f'(x^2) + c$

2. $\int \frac{dx}{x^2 \cdot \left(2 + \frac{1}{x}\right)^3}$

integralinde $2 + \frac{1}{x} = u$ dönüşümü yapılırsa oluşan yeni

integral aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) $\int \frac{1}{u^2} du$ B) $\int \frac{1}{u^3} du$ C) $\int \frac{-1}{u^2} du$
D) $\int \frac{-1}{u^3} du$ E) $\int \frac{1}{(1+u)^2} du$

3. a ve b birer reel sayı olmak üzere,

$$\int x \cdot \sqrt{x-1} dx = a\sqrt{(x-1)^5} + b\sqrt{(x-1)^3} + c$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, a + b toplamı kaçtır?

- A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{4}{5}$ C) 1 D) $\frac{9}{8}$ E) $\frac{16}{15}$

4. $\int f'(2x) dx = x^2 - 2x$

eşitliği veriliyor.

f(2) = 4 olduğuna göre, f(0) kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

5. $f'(x) = 3f(x)$

olduğuna göre,

$$\int f^3(x) dx$$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{f^2(x)}{2} + c$ B) $\frac{f^2(x)}{6} + c$ C) $\frac{f^3(x)}{3} + c$
D) $\frac{f^3(x)}{6} + x$ E) $\frac{f^3(x)}{9} + c$

6. $\int \frac{2x}{x^4 + 2x^2 + 1} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2 \cdot (x^2 + 1) + c$ B) $\frac{x^2 + 1}{2} + c$ C) $\frac{(x^2 + 1)^2}{2} + c$
D) $\frac{-1}{x^2 + 1} + c$ E) $\frac{-2}{x^2 + 1} + c$

1) B

2) D

3) E

4) C

5) E

6) D

İNTEGRAL HESABININ TEMEL TEOREMİ

- $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu, $[a, b]$ aralığında integrallenebilen bir fonksiyon olsun. $F : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ fonksiyonu, (a, b) aralığında türevli ve $\forall x \in (a, b)$ için,

$$F'(x) = f(x) \text{ ise } \int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a) \text{ dır.}$$

Bu ifadeye **f(x) in Belirli İntegrali** denir.

- $F'(x) = f(x)$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \int_a^b f(x) dx &= [F(x) + c] \Big|_a^b \\ &= (F(b) + c) - (F(a) + c) \\ &= F(b) + c - F(a) - c \\ &= F(b) - F(a) \end{aligned}$$

Belirli integralde c sabiti daima sadeleşeceği için çözümde yazılmaz.

1

$$\int_0^3 (4x - 1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

2

$$\int_{-1}^1 (3x^2 - 2x - 5) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

3

$$\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

4

$$\int_{-2}^3 (4x - a) dx = -5$$

olduğuna göre, a kaçtır?

5

$$\int_b^a 2dx = 6$$

$$\int_b^a 2xdx = 24$$

olduğuna göre, a + b toplamı kaçtır?

6

$$\int_{-2}^2 d(x^3 - x^2 - 2x)$$

integralinin değeri kaçtır?

1) 15

2) -8

3) 6

4) 3

5) 8

6) 8

7

$$\int_{-1}^5 \frac{d(x^2 - 1)}{x}$$

integralinin değeri kaçtır?

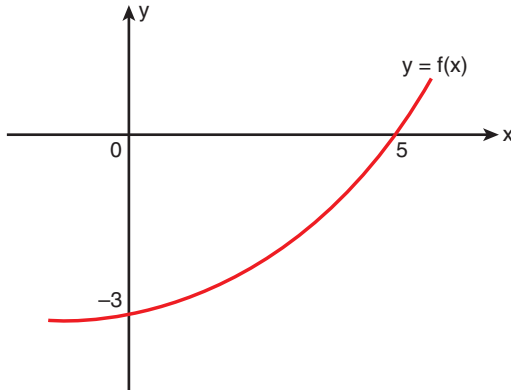
8

$$\int_1^4 4^{\log_{16} x} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

9

Aşağıda f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\int_0^5 f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

10

$$f(2x) = x^2 + 4x + 7$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-3}^5 f'(4) dx$ integralinin değeri kaçtır?

11

Tüm katsayıları aynı olan ikinci dereceden bir $P(x)$ polinomu için

$$\int_0^2 P(x) dx = 60$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $P(x)$ polinomunun katsayıları toplamı kaçtır?M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

7) 12

8) $\frac{14}{3}$

9) 3

10) 32

11) 27

1. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx \text{ tir.}$$

İspat : $\int_b^a f(x) dx = F(x) \Big|_b^a = F(a) - F(b)$

$$= -(F(b) - F(a))$$

$$= - \int_a^b f(x) dx$$

1

$$\int_1^5 f(x) dx = 4$$

olduğuna göre, $\int_5^1 f(x) dx$ kaçtır?

2

$$\int_2^4 f(x) dx = 10$$

olduğuna göre, $\int_4^2 f(x) dx$ kaçtır?

2. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$$\int_a^a f(x) dx = 0$$

$$\int_a^a f(x) dx = F(x) \Big|_a^a = F(a) - F(a) = 0$$

1

$$4x^2 - 4x + 1 = 0$$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre,

$$\int_{x_1}^{x_2} \left(\frac{x+3}{x^2+2x} \right) dx$$

integralinin değerini bulunuz.

MOZ AKADEMİ

2

$$\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt[6]{8}} \frac{x^2+1}{x^4+5} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

1. TİP

1) -4

2) -10

2. TİP

1) 0

2) 0

3. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$a, b, k \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx \text{ tir.}$$

1

$a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int_0^1 (ax^2 - ax) dx = -2$$

olduğuna göre, a kaçtır?

2

m bir reel sayı olmak üzere,

$$m \cdot \int_0^2 \frac{3x^2 - 2}{m} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

4. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$a, b \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int_a^b [f(x) + g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \text{ ve}$$

$$\int_a^b [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx \text{ tir.}$$

1

$$\int_2^4 [2x + 4f(x)] dx = 20$$

olduğuna göre, $\int_4^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

2

$$\int_0^4 (f(x) - g(x)) dx = 20$$

$$\int_0^4 (g(x) + f(x)) dx = 10$$

olduğuna göre, $\int_0^4 f(x) dx$ integralinin değerini bulunuz.

3

$$\int_1^2 (\sin^2 x + 2) dx + \int_1^2 \cos^2 x dx$$

ifadesinin değerini bulunuz.

4

$$\int_{-1}^6 \frac{x}{x+1} dx = A$$

olmak üzere, $\int_{-1}^6 \frac{1}{x+1} dx$ integralinin A cinsinden eşiti nedir?

3. TİP	1) 12	2) 4
--------	-------	------

4. TİP	1) -2	2) 15	3) 3	4) 7 - A
--------	-------	-------	------	----------

5. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$F'(x) = f(x)$ ve $a < b < c$ olmak üzere, $(a, b, c \in \mathbb{R})$

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx \text{ tir.}$$

$$\text{İspat : } \int_a^c f(x) dx = F(x) \Big|_a^c = F(c) - F(a)$$

$$= F(c) - F(b) + F(b) - F(a)$$

$$= \int_b^c f(x) dx + \int_a^b f(x) dx$$

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx \text{ bulunur.}$$

1

$$\int_{-2}^0 3x^2 dx + \int_0^1 3x^2 dx + \int_1^3 3x^2 dx$$

ifadesinin değerini bulunuz.

2

$$\int_0^2 f(x) dx = 3 \text{ ve}$$

$$\int_2^5 f(x) dx = -9$$

olduğuna göre, $\int_5^0 f(x) dx$ integralinin değerini bulunuz.

3

Her $n \in \mathbb{Z}$ için,

$$\int_n^{n+1} f(x) dx = 2n$$

olarak veriliyor.

Buna göre, $\int_1^4 f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

6. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$f(x)$ tek fonksiyon ise $[f(-x) = -f(x)]$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ dır.}$$

İspat: $F'(x) = f(x)$ olmak üzere,

$$\int_{-a}^a f(x) dx = F(x) \Big|_{-a}^a = F(a) - F(-a) \text{ olur.}$$

f tek fonksiyon olduğundan F çift fonksiyon olur.

F çift fonksiyon ise

$$F(a) = F(-a) \text{ dır.}$$

O halde,

$$F(a) - F(-a) = 0 \text{ olur.}$$

1

$$\int_{-2}^2 (5x^3 - 3x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

2

$$\int_{-3}^3 (x^7 - 2x^5 + x^3 - 2) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

3

f , tek fonksiyon olmak üzere,

$$\int_{-3}^0 f(x) dx = 6 \text{ dır.}$$

Buna göre,

$$\int_0^3 (1 + f(x)) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

5. TİP	1) 35	2) 6	3) 12
--------	-------	------	-------

6. TİP	1) 0	2) -12	3) -3
--------	------	--------	-------

7. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$f(x)$ çift fonksiyon ise $[f(-x) = f(x)]$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \cdot \int_0^a f(x) dx = 2 \cdot \int_{-a}^0 f(x) dx \text{ tir.}$$

1

$f(x)$ çift fonksiyon olmak üzere,

$$\int_{-3}^3 f(x) dx$$

integralinin sonucu,

$$\int_3^0 f(x) dx$$

integralinin sonucunun kaç katıdır?

2

Her $x \in \mathbb{R}$ için, $f(-x) = f(x)$ olmak üzere,

$$\int_0^2 f(x) dx = 4$$

Buna göre, $\int_{-2}^2 [f(x) + 5] dx$ integralinin değeri kaçtır?

8. TİP: BELİRLİ İNTEGRALİN ÖZELLİKLERİ

$$\frac{d}{dx} \left[\int_a^b f(x) dx \right] = 0 \text{ dır.}$$

$\int_a^b f(x) dx \in \mathbb{R}$ ve sabit bir sayının türevi sıfır olduğundan,

$$\frac{d}{dx} \left[\int_a^b f(x) dx \right] = 0 \text{ bulunur.}$$

1

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{-2}^8 (x+1)^2 \cdot (x-2)^3 dx \right)$$

integralinin değeri kaçtır?

2

$$f(x) = \int_2^5 (\tan^2 x + \sin x) dx$$

olduğuna göre, $f'(\pi)$ kaçtır?

7. TİP

1) -2

2) 28

8. TİP

1) 0

2) 0

SONUÇ

f ve g $[a, b]$ aralığında integrallenebilir iki fonksiyon ve $a, b, c \in \mathbb{R}$ ise,

$$1. \int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$$

$$2. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$3. \int_a^b k \cdot f(x) dx = k \cdot \int_a^b f(x) dx$$

$$4. \int_a^b [f(x) \mp g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \mp \int_a^b g(x) dx$$

5. $a < b < c$ olmak üzere,

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx$$

6. $f(x)$ tek fonksiyon ise $[f(-x) = -f(x)]$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0$$

7. $f(x)$ çift fonksiyon ise $[f(x) = f(-x)]$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx = 2 \int_{-a}^0 f(x) dx$$

$$8. \frac{d}{dx} \left(\int_a^b f(x) dx \right) = 0$$

9. TİP: BELİRLİ İNTEGRALDE DEĞİŞKEN DEĞİŞTİRME YÖNTEMİ

Belirsiz integralde değişken değiştirme yöntemine ek olarak, burada alt ve üst sınırların yeni değişkene göre düzenlenmesi gerekecektir.

1

$$\int_0^1 (2x - 1)^4 dx$$

integralinin değeri kaçtır?

2

$$\int_0^2 (2x + 4) \cdot (x^2 + 4x - 8)^3 dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

3

$$\int_0^1 \frac{2x}{(x^2 + 1)^4} dx$$

integralinin değeri kaçtır?

4

$$\int_1^9 \frac{\sqrt{u} - 2u^2}{u} du$$

integralinin değeri kaçtır?

9. TİP

1) $\frac{1}{5}$

2) -960

3) $\frac{7}{24}$

4) -76

5

$$\int_1^9 f(x) dx = 8$$

olduğuna göre, $\int_1^3 x \cdot f(x^2) dx$ integralinin değeri kaçtır?

6

$$\int_1^8 \frac{1 + \sqrt[3]{x}}{x} dx$$

integraline $u = \sqrt[3]{x}$ dönüşümü uygulandığında oluşan yeni integrali bulunuz.

7

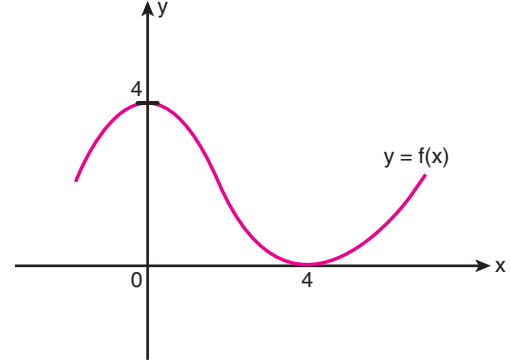
$$\int_0^2 f(x+1) dx = 6$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\int_1^9 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ integralinin değeri kaçtır?

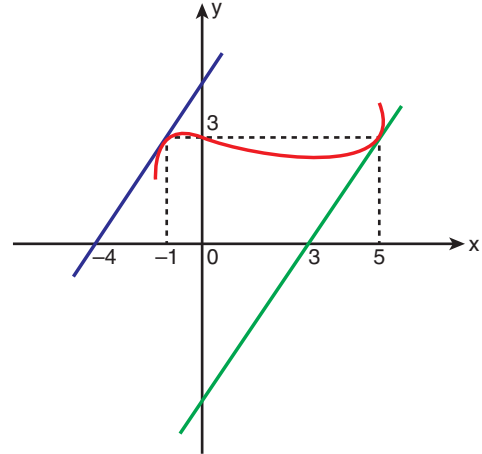
8

Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\int_0^4 f(x) \cdot f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

9



Şekilde $y = f(x)$ eğrisine $x = -1$ ve $x = 5$ noktalarındaki teğetleri çizilmiştir.

Buna göre,

$$\int_{-1}^5 f''(x) \cdot f'(x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

9. TİP

5) 4

6) $3 \cdot \int_1^2 \left(1 + \frac{1}{u}\right) du$

7) 12

8) -8

9) $\frac{5}{8}$

10. TİP: PARÇALI VE MUTLAK DEĞERLİ FONKSİYONLARIN İNTEGRALI

Parçalı fonksiyonların bir aralıkta integrali hesaplanırken alt aralıkların uç noktalarına yani kritik noktalara göre integral parçalanır.

Mutlak değerli fonksiyonların integraline fonksiyonun önce kritik noktalara göre işareti incelenerek parçalı fonksiyona dönüştürülür. Sonra integrali alınır.

$g(x)$ ve $h(x)$ integrallenebilir iki fonksiyon ve $a \leq c \leq b$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} g(x), & x < c \text{ ise} \\ h(x), & x \geq c \text{ ise} \end{cases}$$

biçiminde tanımlı $f(x)$ fonksiyonunun $[a,b]$ aralığındaki integralini bulmak için integral, fonksiyonun kuralının değiştiği c noktasına göre,

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c g(x) dx + \int_c^b h(x) dx$$

biçiminde iki integralin toplamı olarak yazılmalıdır.

4

$$\int_{-2}^4 |x| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

5

$$\int_1^3 \sqrt{x^2 - 4x + 4} dx$$

integralinin eşiti kaçtır?

1

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-2}^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

2

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & x < -2 \\ 1 - 2x, & -2 \leq x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

olduğuna göre, $\int_{-4}^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

3

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2, & x < 1 \\ 2, & x \geq 1 \end{cases}$$

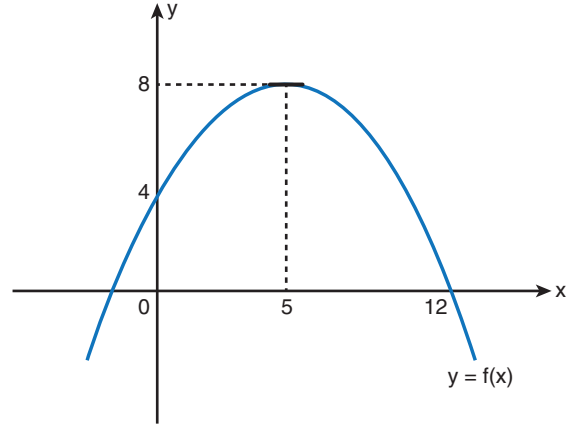
fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_1^4 f(x-1) dx$ integralinin değeri kaçtır?

MOZ AKADEMİ

6

Aşağıda $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre, $\int_0^{12} |f'(x)| dx$ integralinin değeri kaçtır?

10. TİP	1) 9	2) -16	3) 5	4) 10	5) 1	6) 12
---------	------	--------	------	-------	------	-------

1. $\int_{-2}^6 (2x - 5) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) -4 C) -6 D) -8 E) -10

2. $f(x) = x^2 - ax + a - 3$

fonksiyonu veriliyor.

$$\int_{-1}^1 d(f(x)) = 6$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) -5 B) -4 C) -3 D) -2 E) -1

3. $\int_{-4}^1 \left(\int_0^2 (3x^2 - 2x - 4) dx \right) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -20 B) -18 C) -16 D) -12 E) -8

4. $\int_{-1}^1 \left(x + \frac{2}{x} \right)^2 dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{3}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

5. $f(x) = x^3 - 5x^2 + 2$

fonksiyonu veriliyor.

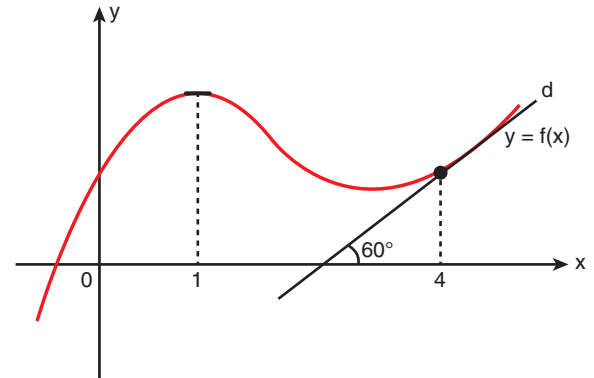
Buna göre,

$$\int_{-2}^3 f'(1) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -40 B) -35 C) -30 D) -25 E) -20

6. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği ve x = 4 apsisli noktasındaki teğet doğrusu gösterilmiştir.



Buna göre, $\int_1^4 f''(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B) 1 C) $\sqrt{3}$ D) $2\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

1) D	2) C	3) A	4) A	5) B	6) C
------	------	------	------	------	------

1. $\int_0^4 \frac{1-x}{1+\sqrt{x}} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{-1}{3}$ B) $\frac{-2}{3}$ C) -1 D) $\frac{-4}{3}$ E) $\frac{-5}{3}$

2. $\int_0^1 f(x) dx = 2$ ve $\int_1^0 g(x) dx = 5$

Buna göre,

$$\int_0^1 [2f(x) + g(x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 7

3. $\int_{-1}^5 f(x) dx = 12$

$$\int_4^5 f(x) dx = 5$$

olduğuna göre, $\int_{-1}^4 f(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 7 B) 6 C) 5 D) 4 E) 3

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} -1, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-2}^5 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $\int_{-1}^1 x \cdot |x| dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -1 B) $\frac{-1}{2}$ C) 0 D) $\frac{1}{2}$ E) 1

6. $\int_2^8 f\left(\frac{x}{2} - 2\right) dx = 12$

olduğuna göre, $\int_{-1}^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

1. $\int_{-1}^a x^2 dx = -21$

olduğuna göre, a kaçtır?

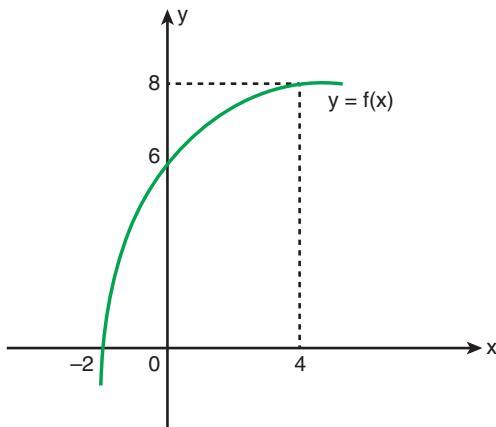
- A) -6 B) -5 C) -4 D) -3 E) -2

2. $\int_1^9 \sqrt{x} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{16}{3}$ B) $\frac{25}{3}$ C) $\frac{37}{3}$ D) $\frac{46}{3}$ E) $\frac{52}{3}$

3. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



Buna göre, $\int_0^8 d[f^{-1}(x)]$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

4. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = 2x^2 - \left(\int_2^3 2x dx \right) \cdot x + 3$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f fonksiyonunun ekstremum noktasının apsisi kaçtır?

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{3}{2}$ E) $\frac{9}{4}$

5. $\int_0^1 f(x) \cdot f'(x) dx = 24$

$$\int_0^1 f'(x) dx = 4$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre, $f(1)$ kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

6. Her $x \in \mathbb{R}$ için, $f(-x) = -f(x)$ olmak üzere,

$$\int_{-3}^8 f(x) dx = 6 \text{ dır.}$$

Buna göre, $\int_8^3 f(x) dx$ kaçtır?

- A) -12 B) -6 C) -3 D) 3 E) 6

1) C	2) E	3) C	4) C	5) E	6) B
------	------	------	------	------	------

1. $\int_1^{16} \frac{\sqrt[4]{x} + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}} dx$

integralinde $x = u^4$ dönüşümü yapıldığında elde edilen integralin eşiti aşağıdakilerden hangisi olur?

A) $\int_1^2 \frac{u^2}{u-1} du$

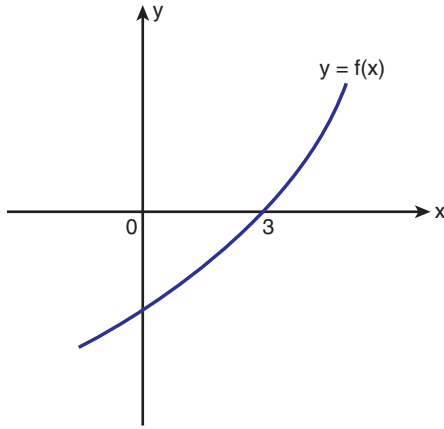
B) $2 \cdot \int_1^2 \frac{u^2}{u-1} du$

C) $4 \cdot \int_1^2 \frac{u^2}{u-1} du$

D) $2 \cdot \int_1^2 \frac{u^2 + 1}{u-1} du$

E) $4 \cdot \int_1^2 \frac{u^2 + 1}{u-1} du$

2. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\int_0^4 \frac{|f(x)|}{f(x)} dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

3. $\int_{-7}^7 (x^5 - 2x^3 + 1) dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 28 B) 14 C) 7 D) 0 E) -7

4. $\int_0^1 f(x) dx = 18$

olduğuna göre, $\int_0^1 x^2 \cdot f(x^3) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

5. f gerçel sayılarda tanımlı bir tek fonksiyondur.

$$\int_{-4}^1 f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx = 3 \text{ tür.}$$

Buna göre, $\int_0^3 f\left(\frac{x}{3}\right) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 15 B) 12 C) 9 D) 6 E) 3

6. $\int_1^2 (2x - 1) \cdot (x^2 - x - 2)^4 dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{8}{5}$ B) $\frac{16}{5}$ C) $\frac{24}{5}$ D) $\frac{32}{5}$ E) $\frac{36}{5}$

1) C	2) C	3) B	4) D	5) C	6) D
------	------	------	------	------	------

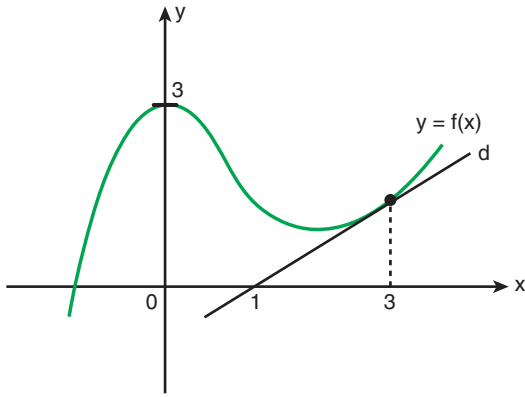
1. $a \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\int_0^4 x \cdot d(ax) = 24$$

olduğuna göre, a kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. Aşağıda, f fonksiyonunun ve bu fonksiyona $x = 3$ apsisi noktasından çizilen teğet doğrusunun grafiği gösterilmiştir.



$$\int_0^3 f''(x) dx = \frac{3}{4}$$

olduğuna göre, $\int_0^3 f'(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -2 B) $-\frac{3}{2}$ C) -1 D) $-\frac{1}{2}$ E) $-\frac{1}{3}$

3. $f(x) = x^3 \cdot \left[\int_1^2 x^2 dx \right]$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $f'(1)$ kaçtır?

- A) 1 B) 4 C) 7 D) 9 E) 12

4. $\int_{-1}^0 (2x + 3) \cdot (x^2 + 3x)^3 dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -8 B) -4 C) -2 D) 4 E) 8

5. $\int_{-1}^1 \frac{x^2 + 2x + 1}{x^4 + x^3} dx$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -4 B) -3 C) -2 D) -1 E) 0

6. $f(0) = 3$ ve $f(3) = 0$
eşitlikleri veriliyor.

Buna göre,

$$\int_0^3 [f'(f(x)) \cdot f'(x)] dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

1. f gerçel sayılar kümesinde tanımlı bir çift fonksiyondur.

$$\int_{-4}^4 f(x) dx = 16 \text{ ve } \int_0^2 f(x) dx = 2 \text{ dir.}$$

Buna göre, $\int_2^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2.

$$\int_0^5 \frac{x-1}{\sqrt{x+4}} dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{28}{3}$ B) $\frac{22}{3}$ C) $\frac{16}{3}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{5}{3}$

3.

$$\int_{-1}^4 x|x-2| dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{16}{3}$ E) $\frac{20}{3}$

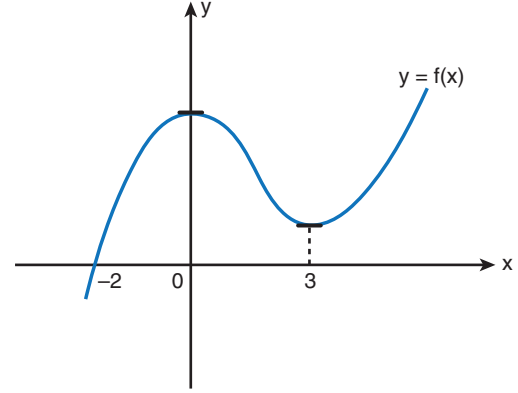
4.

$$\int_2^3 \frac{dx}{x^2 \cdot \left(1 - \frac{1}{x}\right)^3}$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{5}{6}$ D) $\frac{7}{8}$ E) $\frac{9}{10}$

5. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$g(x) = \begin{cases} x, & f'(x) < 0 \\ 2, & f'(x) \geq 0 \end{cases}$$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, $\int_{-2}^3 g(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{17}{2}$ B) $\frac{21}{2}$ C) $\frac{33}{2}$ D) $\frac{45}{2}$ E) $\frac{51}{2}$

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

6.

$$\int_2^6 f(x) dx = 12$$

olduğuna göre,

$$\int_1^3 [1 - f(2x)] dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) -6 B) -4 C) -3 D) 4 E) 6

1) D	2) D	3) E	4) D	5) A	6) B
------	------	------	------	------	------

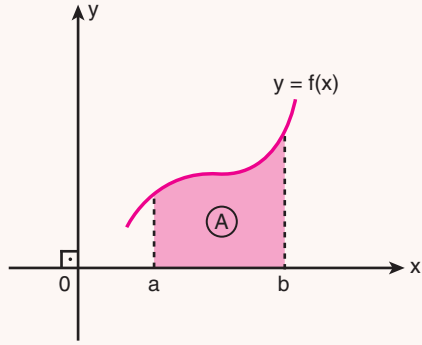
1. TİP: BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI

- $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ sürekli bir fonksiyon olsun.

Denklemleri $y = f(x)$ olan eğriyle, $x = a$, $x = b$ doğruları ve x ekseninde kalan bölgenin alanı,

$f(x) \geq 0$ ise

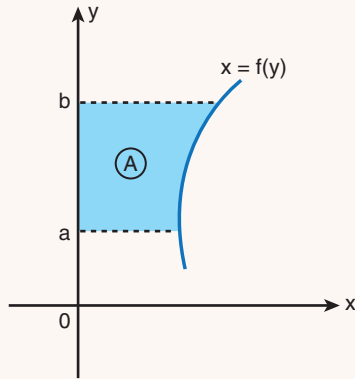
$$A = \text{Alan} = \int_a^b f(x) dx \text{ tir.}$$



- $x = f(y)$ eğrisi, $y = a$ ve $y = b$ doğruları ile y ekseninde kalan alan,

$x \geq 0$ ise

$$A = \text{Alan} = \int_a^b f(y) dy \text{ dir.}$$



1

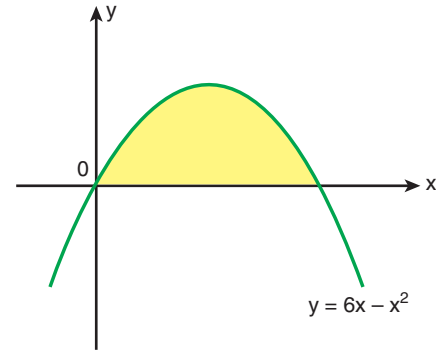
$y = x^2$ parabolü, $x = 1$ ve $x = 3$ doğruları ile x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

2

$y = x + 4$, $x = -1$, $x = 3$ doğruları ve x ekseninde kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

3

Aşağıda, $y = 6x - x^2$ parabolü gösterilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

1. TİP

1) $\frac{26}{3}$

2) 20

3) 36

4

$$y = (x - 1)^2$$

parabolü ile koordinat eksenleri tarafından sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

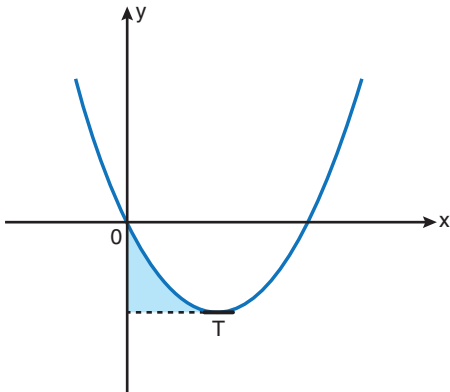
5

$$x = 2 + y - y^2$$

parabolü ile y eksenı arasında kalan alan kaç birimkaredir?

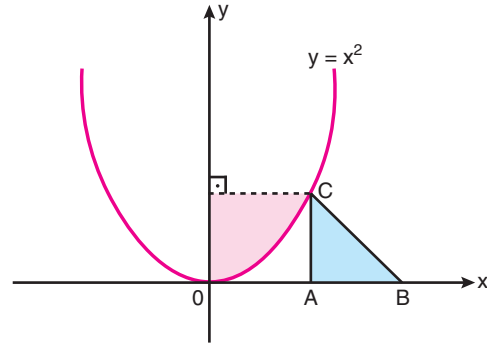
6

Aşağıda, $y = x^2 - 4x$ parabolü gösterilmiştir.



T noktası, parabolün tepe noktası olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

7

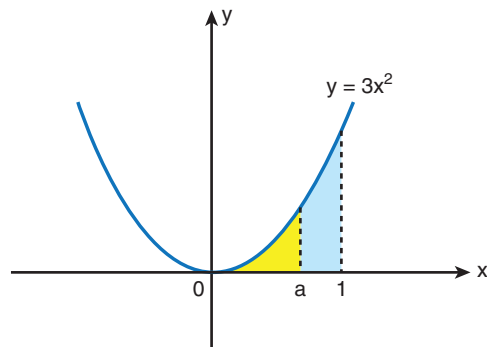


Şekilde verilen pembe renkli bölgenin alanı, ABC ikizkenar dik üçgeninin alanının $\frac{4}{3}$ katına eşittir.

Buna göre, A noktasının apsisi kaçtır?

MOZ AKADEMİ

8

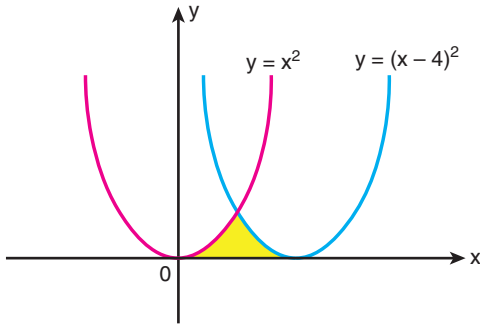


Şekilde mavi bölgenin alanı, sarı bölgenin alanının 2 katına eşittir.

Buna göre, a kaçtır?

1. TİP	4) $\frac{1}{3}$	5) $\frac{9}{2}$	6) $\frac{8}{3}$	7) 1	8) $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$
--------	------------------	------------------	------------------	------	----------------------------

9

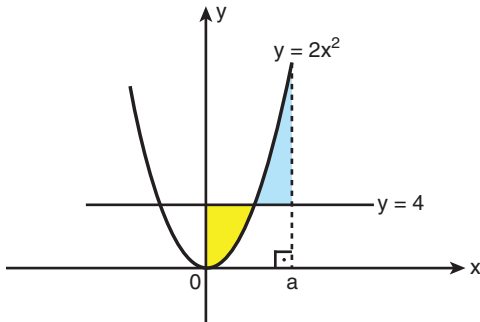


Şekilde, $y = x^2$ ve $y = (x - 4)^2$ fonksiyonlarının grafikleri verilmiştir.

Buna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

10

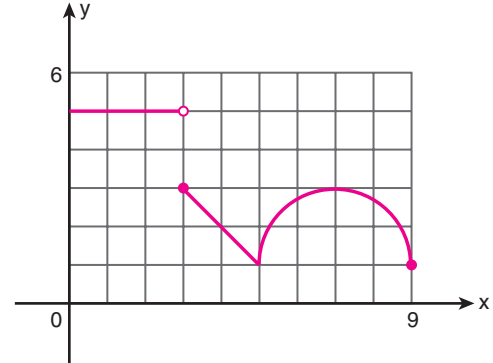
Aşağıda, $y = 2x^2$ eğrisi ile $y = 4$ doğrusu gösterilmiştir.



Boyalı bölgelerin alanları birbirine eşit olduğuna göre, a kaçtır?

11

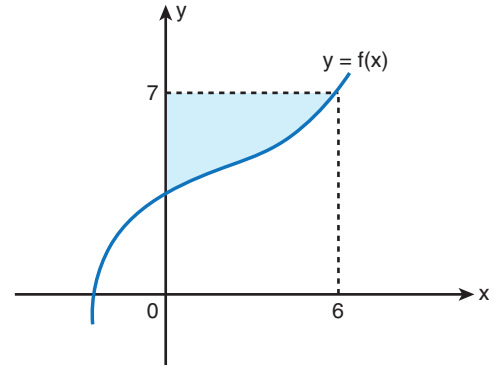
Aşağıdaki şekil birim karelerden oluşmaktadır. $[0, 9]$ aralığında bir f fonksiyonunun grafiği 2 doğru parçası ve bir yarım çemberden oluşmaktadır.



Buna göre, $\int_0^9 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

12

Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_0^3 f(2x) dx = 15$$

olduğuna göre, taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

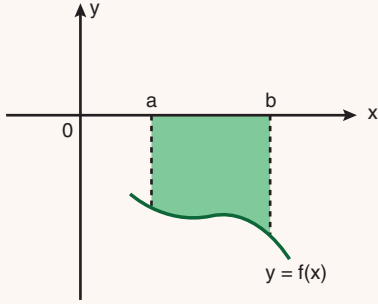
1. TİP

9) $\frac{16}{3}$ 10) $\sqrt{6}$ 11) $2\pi + 23$

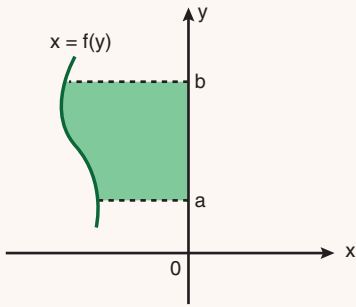
12) 12

2. TİP: BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI

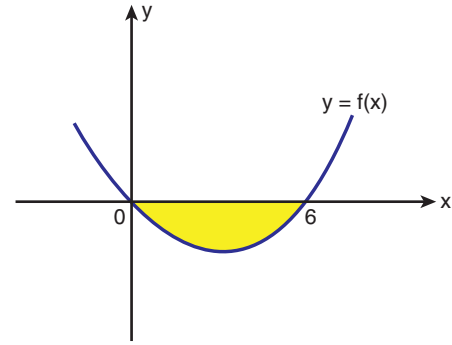
- $f(x) \leq 0$ ise Alan = $-\int_a^b f(x) dx$ tir.



- $x \leq 0$ ise Alan = $-\int_a^b f(y) dy$ dir.



2



Şekilde gösterilen boyalı bölgenin alanı 24 birimkaredir.

Buna göre, $\int_0^2 f(3x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

3

$a < b$ olmak üzere,

$$\int_a^b (x^2 - 2x - 24) dx$$

integralinin en küçük değerini alması için $b - a$ farkı kaç olmalıdır?

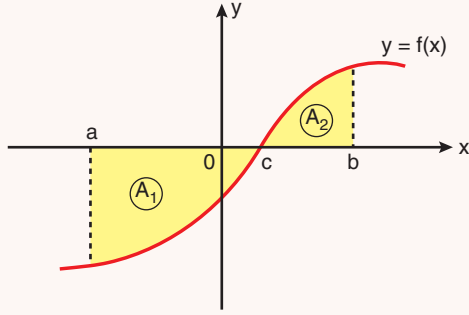
2. TİP	1) $\frac{3}{4}$	2) -8	3) 10
--------	------------------	-------	-------

3. TİP: BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI

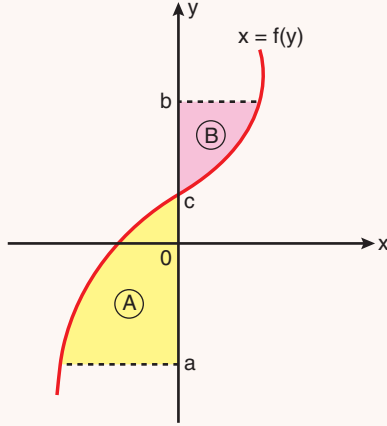
- $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $y = f(x)$ fonksiyonu, $[a, b]$ nin bazı alt aralıklarında negatif veya pozitif değerler alıyorsa fonksiyonun pozitif ve negatif olduğu bölgelerdeki alanlar ayrı ayrı bulunarak bu alanlar toplanır.

Aşağıdaki şekle göre,

$$\text{Alan} = A_1 + A_2 = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^b |f(x)| dx \text{ tir.}$$



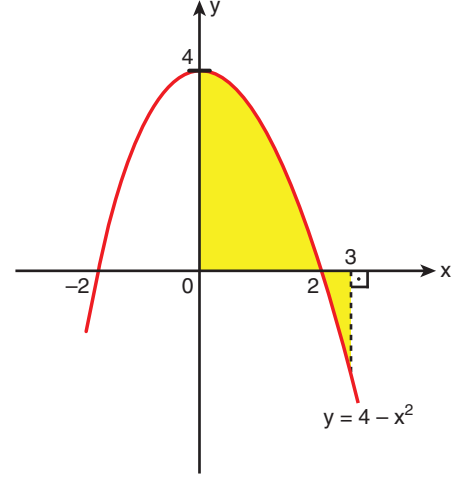
- $x \geq 0$ için alan integral değerine ve $x \leq 0$ için alan, integralin zıt işaretlisine eşittir.



$$\text{Alan} = A + B = \int_c^b f(y) dy - \int_a^c f(y) dy \text{ dir.}$$

1

Aşağıda, $y = 4 - x^2$ parabolünün grafiği verilmiştir.

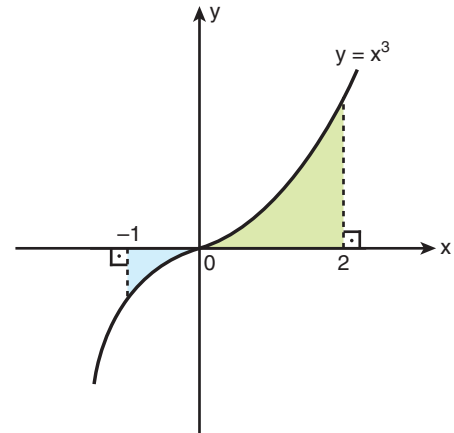


Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

MOZ AKADEMİ

2

Aşağıda, $y = x^3$ eğrisi verilmiştir.



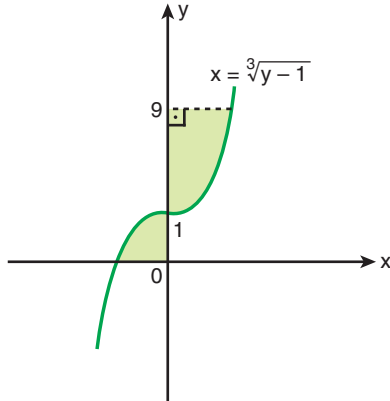
Buna göre, boyalı bölgelerin alanları farkının pozitif değeri kaç birimkaredir?

3. TİP

1) $\frac{23}{3}$ 2) $\frac{15}{4}$

3

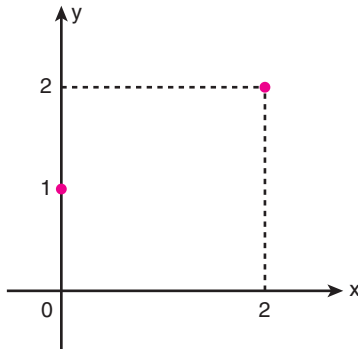
Aşağıda, $x = \sqrt[3]{y-1}$ eğrisinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgelerin alanları toplamı kaç birimkaredir?

4

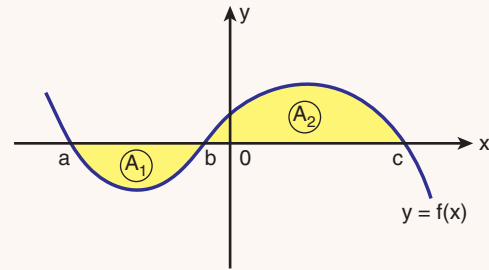
İkinci dereceden f fonksiyonunun grafiği aşağıda verilen iki noktadan geçmektedir. Bu iki noktadan biri f nin tepe noktasıdır.



$$\int_0^2 f(x) dx$$

integralinin değeri en çok olduğunda $f(1)$ kaç olur?

4. TİP: BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI



Yukarıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği ve eksenler arasında kalan sınırlı bölgelerin alanları A_1 ve A_2 olmak üzere,

$$\int_a^c f(x) dx \text{ integralinin değeri,}$$

$$\int_a^c f(x) dx = -A_1 + A_2 \text{ olur.}$$

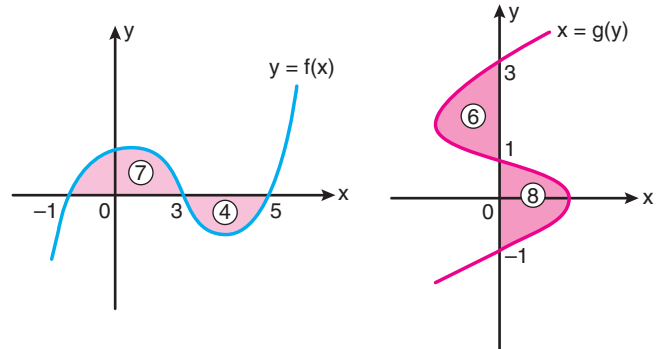
$[a, c]$ nda $f(x)$ fonksiyonunun grafiği ile x eksenini arasında kalan sınırlı bölgenin alanı,

$$\int_a^c |f(x)| dx = A_1 + A_2 \text{ olur.}$$

MOZ AKADEMİ

1

Aşağıda, $y = f(x)$ ve $x = g(y)$ eğrileri gösterilmiştir.



Verilen bölgelerdeki sayılar o bölgenin birimkare cinsinden alanını ifade etmektedir.

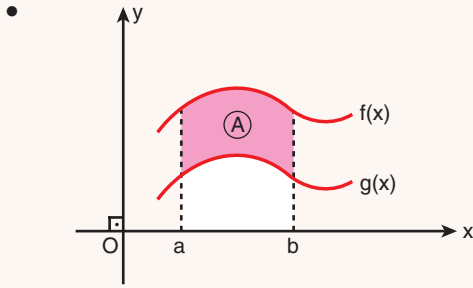
$$A = \int_{-1}^5 f(x) dx \text{ ve } B = \int_{-1}^3 g(y) dy$$

olduğuna göre, $A + B$ toplamı kaçtır?

3. TİP	3) $\frac{51}{4}$	4) $\frac{7}{4}$
--------	-------------------	------------------

4. TİP	1) 5
--------	------

5. TİP: BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI



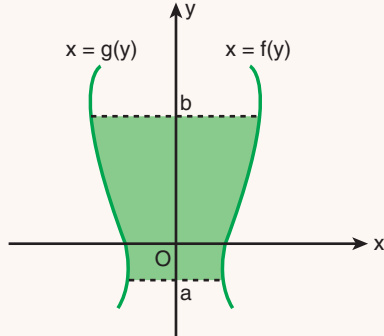
$[a, b]$ nda $f(x) \geq g(x)$ olmak üzere, $y = f(x)$, $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri ile $x = a$, $x = b$ doğrularının sınırladığı bölgenin alanı,

$$A = \int_a^b f(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

$$= \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \text{ tir.}$$

[Üstteki fonksiyondan altta kalan fonksiyonu çıkarırız.]

- $x = f(y)$, $x = g(y)$ eğrileri ile $y = a$ ve $y = b$ doğruları arasında kalan alanı bulmak için sağdaki eğrinin denkleminde, soldaki eğrinin denklemini çıkarırız.



$$\text{Boyalı Alan} = \int_a^b [f(y) - g(y)] dy \text{ dir.}$$

1

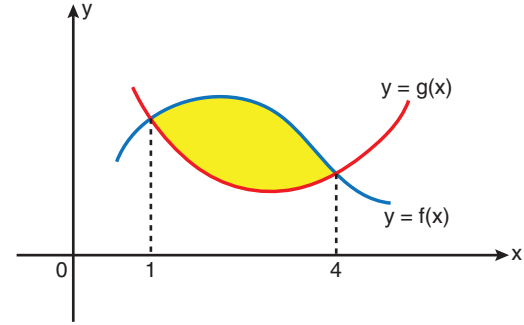
$y = x^2$ eğrisi ile $y = 2x$ doğrusu arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

2

$x = y^2$ ve $x = 8 - y^2$ eğrileri arasında kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

3

Aşağıda, $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.



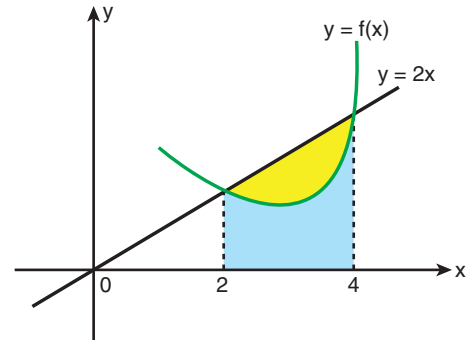
$$\int_1^4 (f(x) + 1) dx = 20 \text{ ve } \int_1^4 (g(x) - 2) dx = 3$$

olduğuna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

MOZ AKADEMİ

4

Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonu ile $y = 2x$ doğrusunun grafikleri gösterilmiştir.

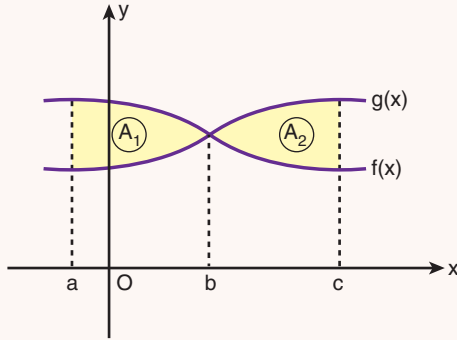


Sarı bölgenin alanı 4 birimkaredir.

Buna göre, $\int_0^1 f(2x + 2) dx$ integralinin değeri kaçtır?

5. TİP	1) $\frac{4}{3}$	2) $\frac{64}{3}$	3) 8	4) 4
--------	------------------	-------------------	------	------

6. TİP: BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI



Eğer $f(x)$ ve $g(x)$ fonksiyonlarının grafikleri yukarıdaki gibi verilirse boyalı bölgelerin toplam alanı, A_1 ve A_2 alanlarının ayrı ayrı hesaplanarak toplanması ile bulunur.

- $A = A_1 + A_2 = \int_a^b (f(x) - g(x)) dx + \int_b^c (g(x) - f(x)) dx$ olur.

- $\int_a^c [f(x) - g(x)] dx = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [f(x) - g(x)] dx$

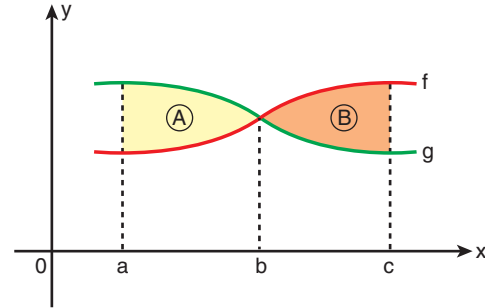
$$\int_a^c [f(x) - g(x)] dx = A_1 + (-A_2)$$

$$\int_a^c [f(x) - g(x)] dx = A_1 - A_2 \text{ dir.}$$

- $\int_a^c |f(x) - g(x)| dx = A_1 + A_2 \text{ dir.}$

1

Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri gösterilmiştir.



A ve B bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

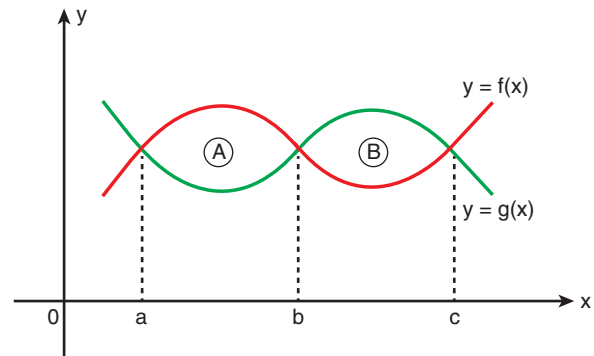
$$A + B = 14 \text{ ve } \int_a^c (f(x) - g(x)) dx = -4$$

olduğuna göre, B kaç birimkaredir?

MOZ AKADEMİ

2

Aşağıda, f ve g fonksiyonlarının grafikleri gösterilmiştir.



A ve B bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

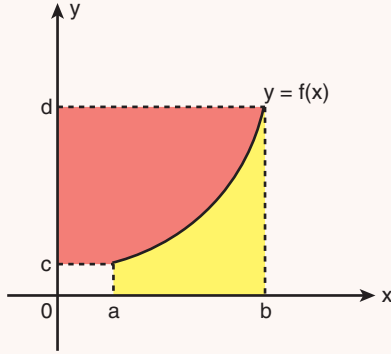
$$\int_a^c [g(x) - f(x)] dx = 4$$

$$\int_b^c [f(x) - g(x)] dx = -6$$

Buna göre, $A + B$ toplamı kaç birimkaredir?

7. TİP: BELİRLİ İNTEGRAL İLE ALAN HESABI

f fonksiyonu tanımlı olduğu aralıkta bire bir ve örten fonksiyon olmak üzere,

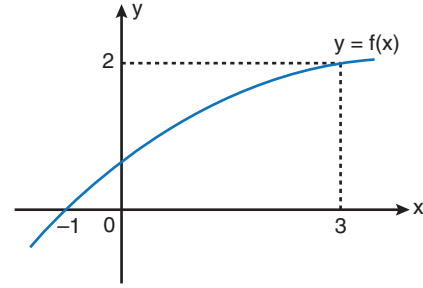


Sarı bölgenin alanının, $\int_a^b f(x) dx$ integraline eşit olduğunu biliyoruz.

$x \geq 0$ ise

Kırmızı bölgenin alanı = $\int_c^d f^{-1}(x) dx$ tir.

2



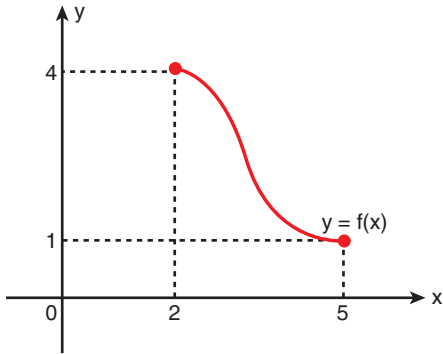
Yanda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonuna göre,

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = 5 \text{ dir.}$$

Buna göre, $\int_0^2 f^{-1}(x) dx$ kaçtır?

1

Aşağıda, f fonksiyonunun $[2, 5]$ aralığındaki grafiği gösterilmiştir.

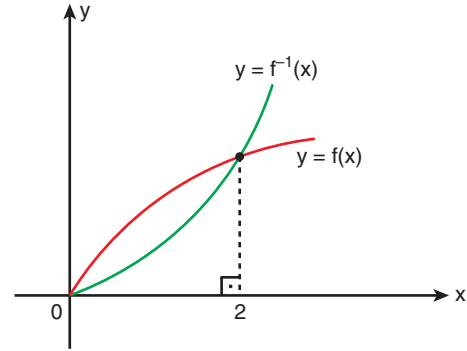


$$\int_2^5 f(x) dx = 7$$

olduğuna göre, $\int_1^4 f^{-1}(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

3

Şekilde $f(x)$ fonksiyonu ile $f^{-1}(x)$ ters fonksiyonunun grafikleri verilmiştir.



$$\int_0^2 (f(x) - f^{-1}(x)) dx = 1$$

olduğuna göre, $\int_0^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

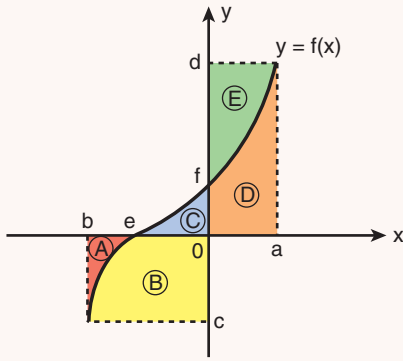
7. TİP

1) 10

2) 1

3) $\frac{5}{2}$

SONUÇ

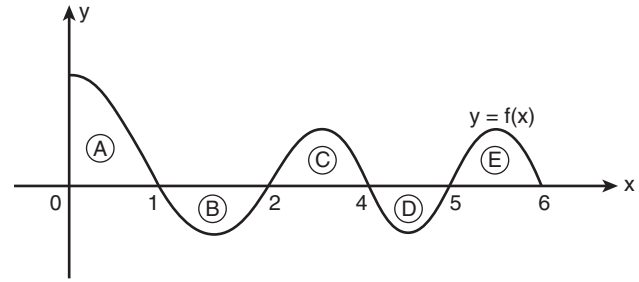


f fonksiyonu tanımlı olduğu aralıkta bire bir ve örten bir fonksiyon olmak üzere, A, B, C, D ve E bulundukları bölgelerin alanlarını ifade etmektedir.

- $\int_b^a f(x) dx = D + C - A$
- $\int_b^a |f(x)| dx = D + C + A$
- $\int_f^d f^{-1}(x) dx = E$
- $\int_0^d f^{-1}(x) dx = E - C$
- $\int_c^d f^{-1}(x) dx = E - C - B$
- $\int_c^d |f^{-1}(x)| dx = E + C + B$
- $\int_b^e f(x) dx = -A$
- $\int_0^f f^{-1}(x) dx = -C$

1

Aşağıda $[0, 6]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



A, B, C, D ve E harfleri, bulundukları bölgelerin alanlarını göstermektedir.

$x \in [0, 6]$ olmak üzere,

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

f fonksiyonu veriliyor.

$g(x)$ fonksiyonu $x = 4$ için en büyük değerini aldığına göre,

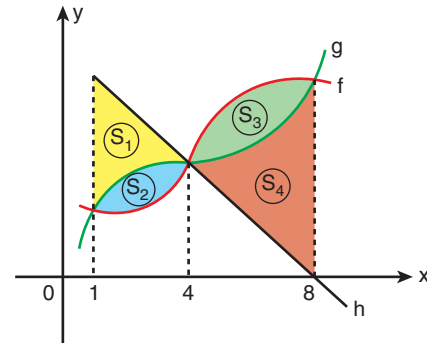
- $B > C$
- $E > D$
- $A = C$

öncüllerinden hangileri kesinlikle yanlıştır?

MOZ AKADEMİ

2

Aşağıda f , g ve h fonksiyonlarının grafikleri gösterilmiştir.



S_1, S_2, S_3 ve S_4 bulundukları bölgelerin alanları göstermektedir.

$$S_1 = 5 \text{ birimkare}$$

$$S_2 = 1 \text{ birimkare}$$

$$S_3 = 3 \text{ birimkare}$$

$$S_4 = 6 \text{ birimkaredir.}$$

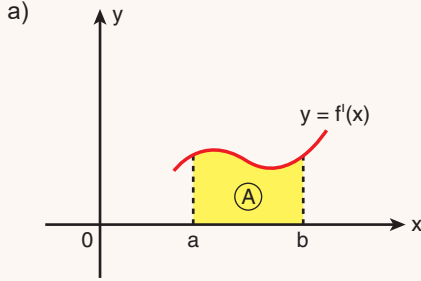
Buna göre, $\int_1^8 |f(x) - g(x)| dx + \int_1^8 (g(x) - h(x)) dx$ toplamının değeri kaçtır?

1) I ve II

2) 5

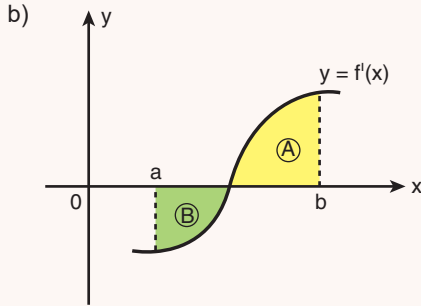
8. TİP: TÜREVİNİN GRAFİĞİ VERİLEN FONKSİYONLAR İLE ALAN YORUMU

f' , f fonksiyonunun türevi olmak üzere,



$$\text{Boyalı Alan} = A = \int_a^b f'(x) dx = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$$

$$A = f(b) - f(a) \text{ olur.}$$



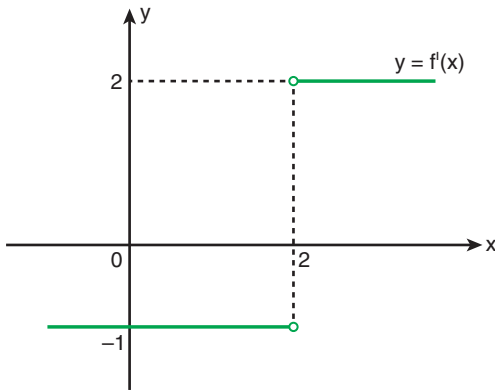
$$\text{Boyalı Alanların Farkı} = A - B = \int_a^b f'(x) dx$$

$$A - B = f(x) \Big|_a^b = f(b) - f(a)$$

$$A - B = f(b) - f(a) \text{ olur.}$$

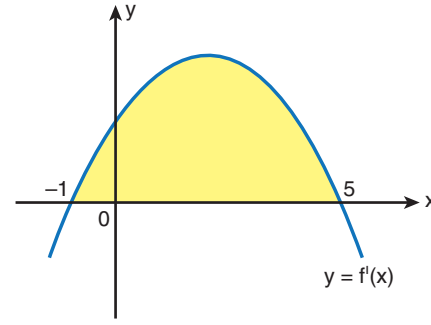
1

Aşağıda, gerçel sayılar kümesinde sürekli olan bir f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



Buna göre, $f(5) - f(0)$ farkı kaçtır?

2



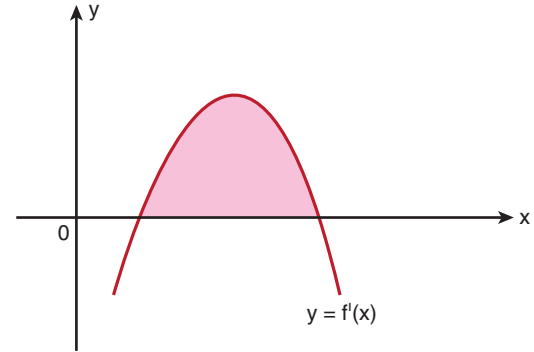
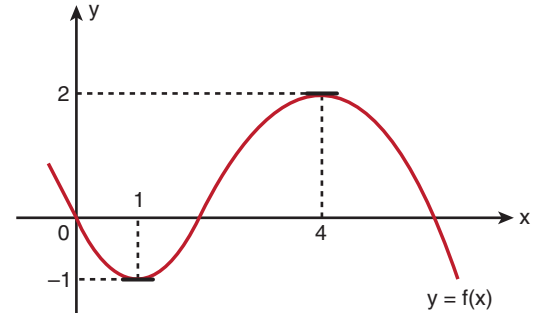
Yanda, $y = f(x)$ fonksiyonunun türevi olan $f'(x)$ fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.

Boyalı bölgenin alanı 20 birimkaredir.

$f(-1) = -4$ olduğuna göre, f fonksiyonunun yerel maksimum değeri kaçtır?

3

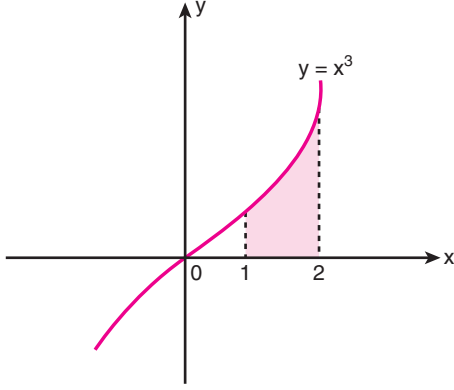
Aşağıda, f fonksiyonunun ve türevinin grafiği gösterilmiştir.



Buna göre, boyalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

8. TİP	1) 4	2) 16	3) 3
--------	------	-------	------

1.

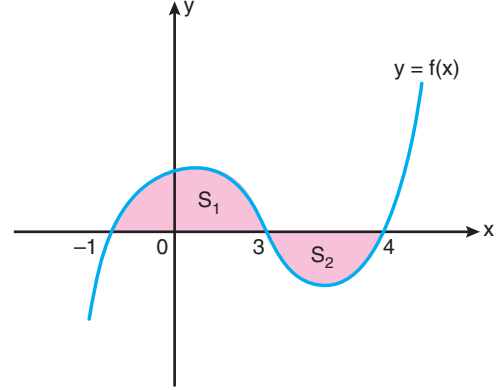


Şekilde, $y = x^3$ eğrisinin grafiği verilmiştir.

Buna göre, şekildeki taralı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{7}{4}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{19}{4}$ D) $\frac{21}{4}$ E) $\frac{25}{4}$

4.



Şekilde $f(x)$ fonksiyonu ve x ekseninde kalan bölgelerin alanları;

$$S_1 = 9 \text{ birimkare}$$

$$S_2 = 4 \text{ birimkaredir.}$$

Buna göre, $\int_{-1}^4 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 13

2.

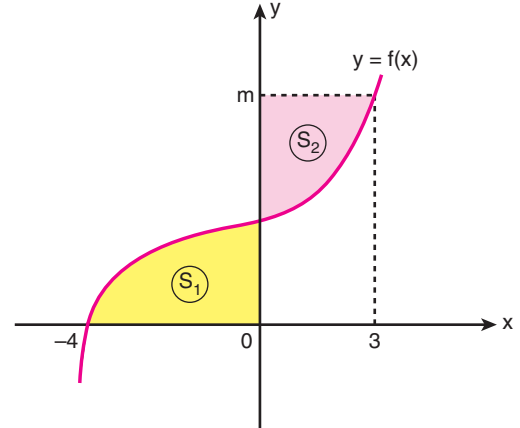
$$f(x) = x^2 - 2x$$

fonksiyonunun grafiği ile x ekseninde kalan kapalı bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{5}{3}$ C) 2 D) $\frac{8}{3}$ E) 3

5.

Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

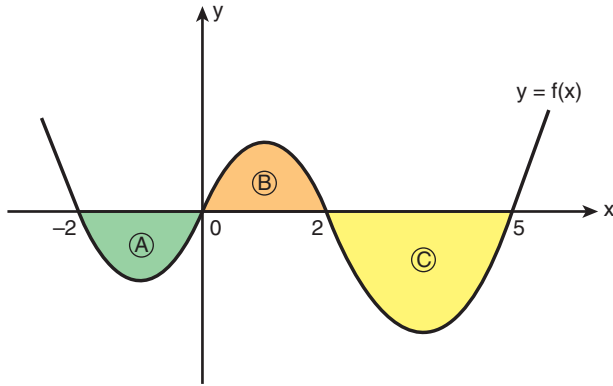


$$S_1 = S_2 \text{ ve } \int_{-4}^3 f(x) dx = 18 \text{ dir.}$$

Buna göre, $f(3)$ kaçtır?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 8 E) 9

1. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



A, B ve C bulundukları bölgelerin alanlarıdır.

$A = 3$ birimkare, $B = 4$ birimkare ve $C = 8$ birimkaredir.

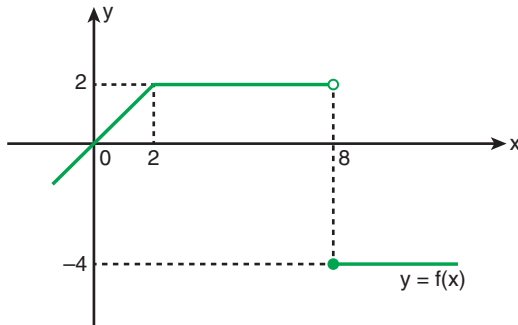
Buna göre,

$$\int_{-2}^2 |f(x)| dx + \int_0^5 f(x) dx$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Aşağıda, $f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



Buna göre,

$$\int_0^3 x \cdot f(x^2) dx$$

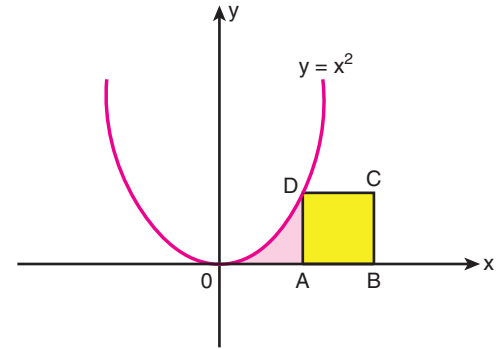
integralinin sonucu kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $x = y^2$ eğrisi ile $y = 8x^2$ eğrisi tarafından sınırlanan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{16}$ D) $\frac{1}{24}$ E) $\frac{1}{32}$

- 4.

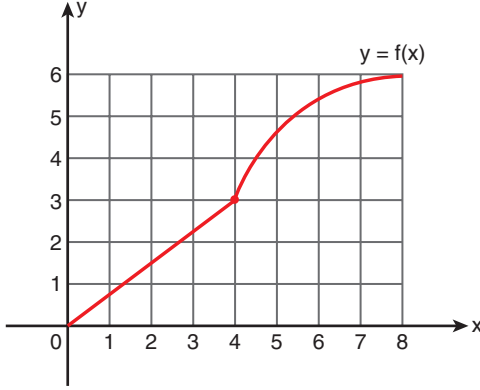


Yukarıdaki şekilde $y = x^2$ parabolü, x eksen ve ABCD dikdörtgeninin bir kenarı ile sınırlı olan pembe renkli bölgenin alanı, ABCD karesinin alanının yarısına eşittir.

Buna göre, A noktasının apsisi kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{3}$ E) 2

1. Aşağıda, $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

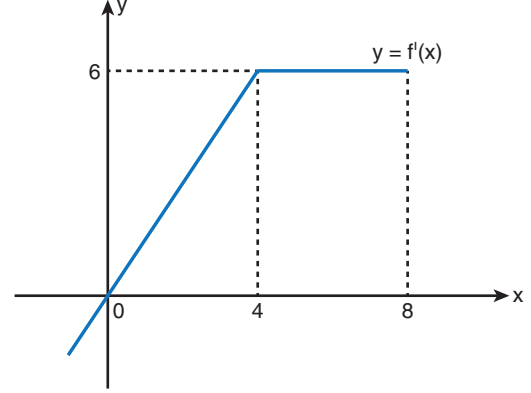


$$\int_0^8 f(x) dx = 26$$

olduğuna göre, $\int_3^6 f^{-1}(x) dx$ integralinin sonucu kaçtır?

- A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

3. Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.

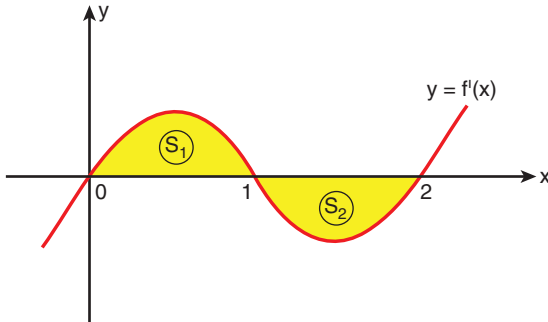


Buna göre, $f(6) - f(2)$ farkı kaçtır?

- A) 15 B) 18 C) 21 D) 23 E) 25

MOZ AKADEMİ

2. Aşağıda, f fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir.



$$S_1 = S_2 \text{ dir.}$$

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $f(0) < f(1) < f(2)$ B) $f(2) < f(0) < f(1)$
C) $f(2) = f(0) < f(1)$ D) $f(1) = f(0) < f(2)$
E) $f(1) < f(2) = f(0)$

4. $\int_0^4 (4 - \sqrt{16 - x^2}) dx$

integralinin değeri kaçtır?

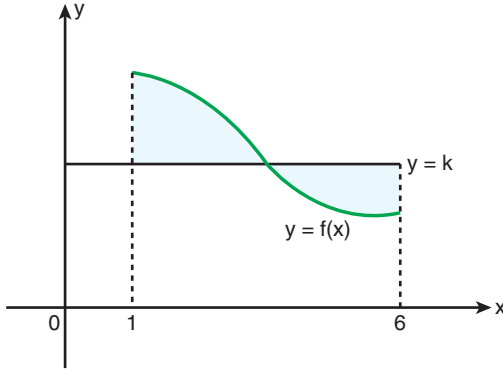
- A) $8 - \pi$ B) $12 - 2\pi$ C) $16 - 2\pi$
D) $16 - 4\pi$ E) $12 - \pi$

1) C	2) C	3) C	4) D
------	------	------	------

1. $y = x^2 - x$ ve $y = 1 - x^2$ eğrileri arasında kalan bölgenin alanı kaç birimkaredir?

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{4}$ C) $\frac{9}{8}$ D) 1 E) $\frac{3}{4}$

2. k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere, dik koordinat düzleminde, $y = k$ doğrusu ile $y = f(x)$ fonksiyonunun grafiği aşağıda verilmiştir.



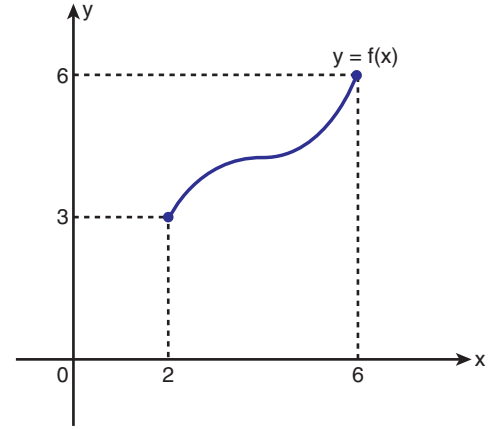
Şekildeki boyalı bölgelerin alanları birbirine eşittir.

$$\int_1^6 f(x) dx = 20$$

olduğuna göre, k değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Aşağıda $[2, 6]$ aralığında tanımlı olan f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



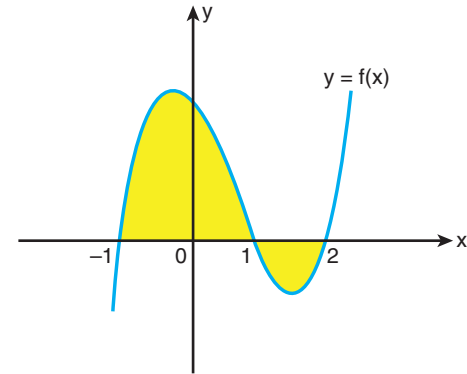
Buna göre,

$$\int_2^6 f(x) dx + \int_3^6 f^{-1}(x) dx$$

toplamının değeri kaçtır?

A) 30 B) 28 C) 26 D) 24 E) 20

4. Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği verilmiştir.



$$\int_{-1}^2 |f(x)| dx = 2 \cdot \int_{-1}^2 f(x) dx = 8$$

Buna göre, $\int_1^2 f(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

A) -6 B) -4 C) -2 D) 2 E) 4

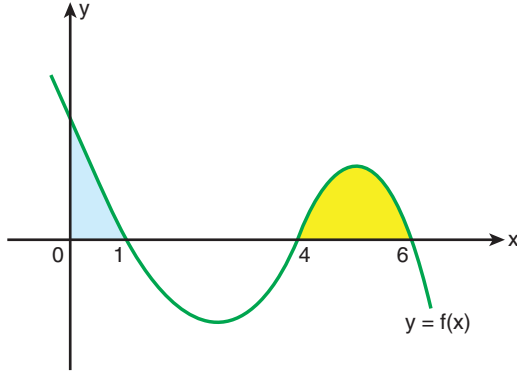
1) C

2) D

3) A

4) C

1.



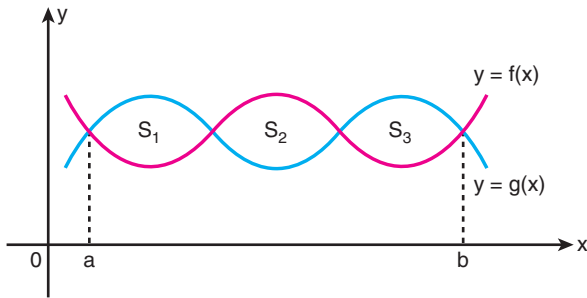
$$\int_1^6 |f(x)| dx = 10$$

$$\int_0^4 f(x) dx = -4 \text{ ve sarı renkli bölgenin alanı } 4 \text{ birimkaredir.}$$

Buna göre, mavi renkli bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2.



$$S_1 = 10 \text{ cm}^2, S_2 = 9 \text{ cm}^2 \text{ ve } S_3 = 12 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

olduğuna göre,

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx$$

integralinin sonucu kaçtır?

- A) -15 B) -13 C) -12 D) -10 E) -9

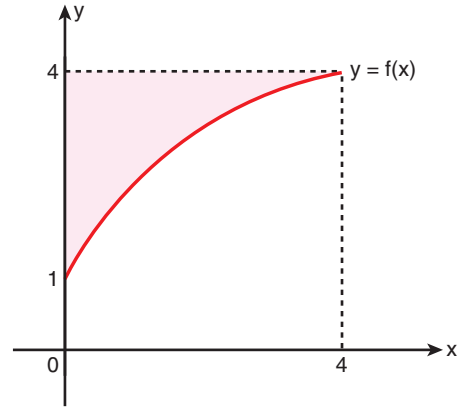
3. $a < b$ olmak üzere,

$$\int_a^b (4x - x^2) dx$$

ifadesinin en büyük değeri kaçtır?

- A) $\frac{20}{3}$ B) $\frac{32}{3}$ C) $\frac{35}{3}$ D) $\frac{40}{3}$ E) $\frac{64}{3}$

4.



Yukarıda verilen f fonksiyonunun grafiğine göre, taralı alan 6 birimkaredir.

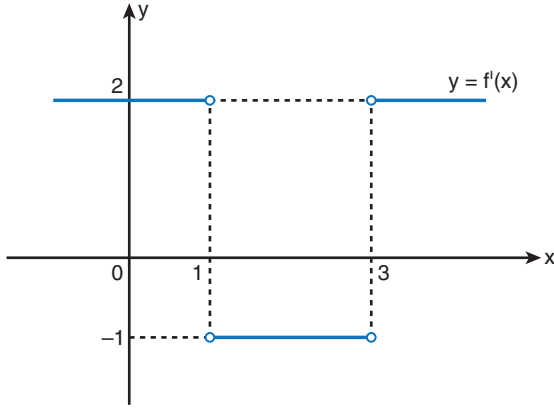
Buna göre,

$$\int_0^2 f(2x) dx$$

integralinin değeri kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

1.



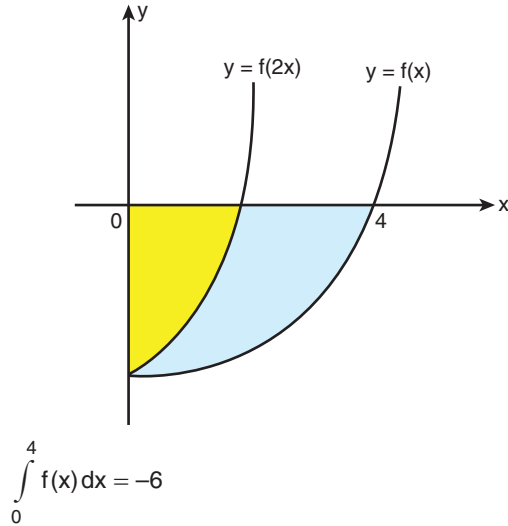
Gerçek sayılar kümesinde sürekli olan f fonksiyonunun türevinin grafiği yukarıda gösterilmiştir.

$$f(0) = 4$$

olduğuna göre, $f(5)$ kaçtır?

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

2. $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, aşağıda $y = f(x)$ ve $y = f(2x)$ fonksiyonlarının grafiği gösterilmiştir.

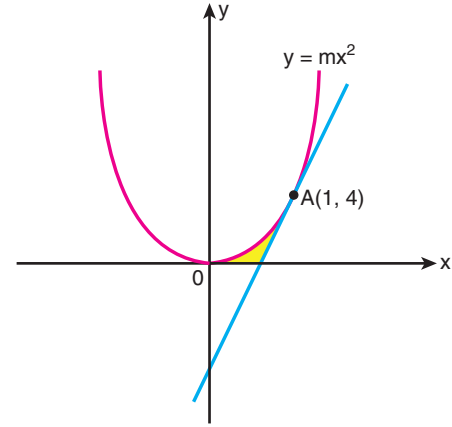


$$\int_0^4 f(x) dx = -6$$

Buna göre, mavi renkli bölgenin alanı kaç birimkaredir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 12

3.

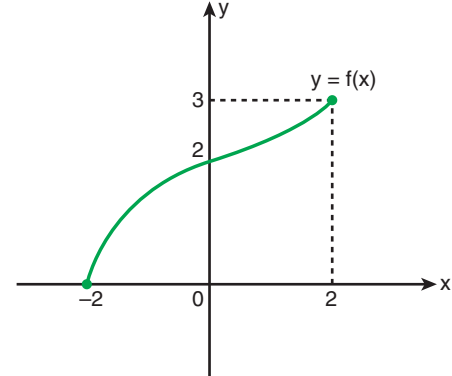


Şekilde, $y = mx^2$ parabolü ve $A(1, 4)$ noktasındaki teğeti verilmiştir.

Buna göre, taralı alan kaç birimkaredir?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) 1

4. Aşağıda, $[-2, 2]$ aralığında tanımlı f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



$$\int_{-1}^1 f(2x) dx = 5$$

eşitliği veriliyor.

Buna göre, $\int_0^3 f^{-1}(x) dx$ integralinin değeri kaçtır?

- A) -10 B) -8 C) -6 D) -5 E) -4

1) A

2) B

3) C

4) E

BİR ARALIĞIN BÖLÜNTÜSÜ

Bir $[a, b]$ aralığını n eş parçaya bölelim.



$$P = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

kümesine $[a, b]$ Aralığının Düzgün Bölüntüsü denir.

$$|ax_1| = |x_1 x_2| = \dots = |x_{n-1} b| \text{ uzunlukları eşittir.}$$

Her bir aralığın uzunluğu $\Delta_{x_k} = \frac{b-a}{n}$ dir.

Örnek: $[1, 10]$ aralığını 3 eş parçaya bölen aralıkları bulalım.

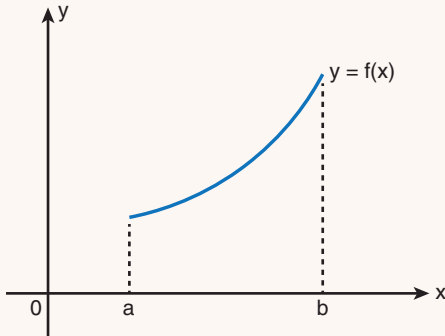
Çözüm: $n = 3, a = 1, b = 10$

$$\Delta_x = \frac{b-a}{n} = \frac{10-1}{3} = \frac{9}{3} = 3$$

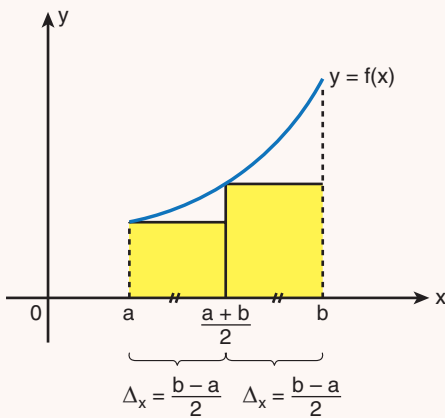
aralıklar $[1, 4], [4, 7], [7, 10]$ dur.

RIEMANN ALT TOPLAMI

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, f fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibi olsun.



$[a, b]$ aralığını 2 eşit alt aralığa ayırıp bu alt aralıkları bir kenar olarak kabul eden ve yükseklikleri sırasıyla $f(a)$ ve $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ olan dikdörtgenleri çizelim.



Riemann Alt Toplamı = Sarı dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot f(a) + \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot f\left(\frac{a+b}{2}\right) \text{ olur.}$$

Not: Dikdörtgenlerin yükseklikleri, alt aralıkların küçük değerlerine eşit olur.

Yani, $[a, b]$ aralığı n tane eşit uzunluktaki alt aralığa bölündüğünde aralıklar;

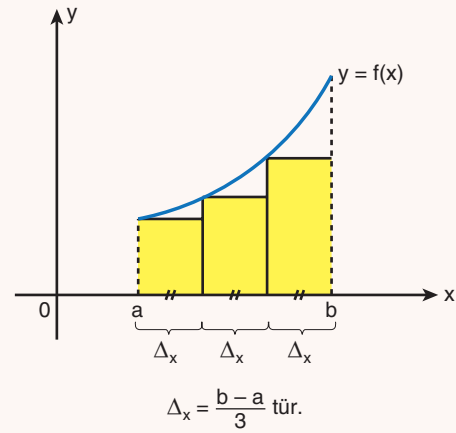
$$[a, a_1], [a_1, a_2], \dots, [a_{n-1}, b]$$

olmak üzere,

$$\text{Riemann alt toplamı} = \frac{b-a}{n} \cdot [f(a) + f(a_1) + \dots + f(a_{n-1})]$$

şeklinde olur.

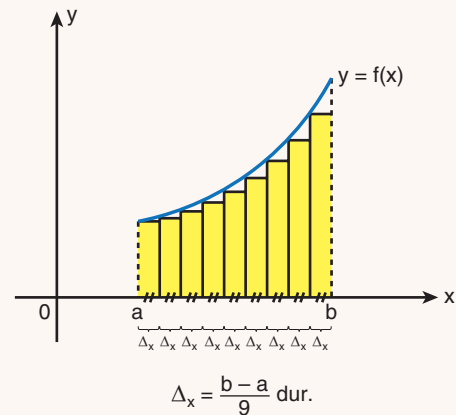
$[a, b]$ aralığını 3 eşit alt aralığa bölerek aynı işlemi yapalım.



Riemann Alt Toplamı = Sarı dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= \left(\frac{b-a}{3}\right) \cdot f(a) + \left(\frac{b-a}{3}\right) \cdot f\left(a + \frac{b-a}{3}\right) + \left(\frac{b-a}{3}\right) \cdot f\left(a + 2 \cdot \left(\frac{b-a}{3}\right)\right)$$

$[a, b]$ aralığını şimdi de 9 eşit alt aralığa bölelim.



Riemann Alt Toplamı = Sarı dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= \left(\frac{b-a}{9}\right) \cdot f(a) + \left(\frac{b-a}{9}\right) \cdot f\left(a + \frac{b-a}{9}\right) + \left(\frac{b-a}{9}\right) \cdot f\left(a + \frac{2 \cdot (b-a)}{9}\right) + \dots + \left(\frac{b-a}{9}\right) \cdot f\left(a + \frac{8 \cdot (b-a)}{9}\right)$$

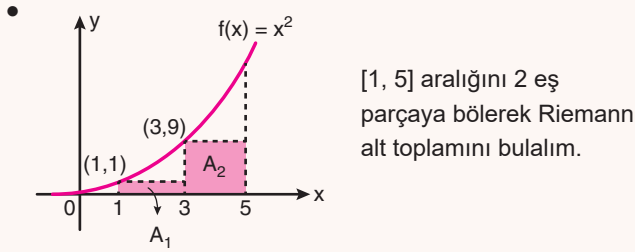
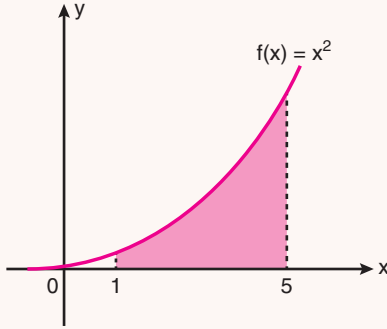
Dikkat edersek eşit olan alt aralıkların sayısı arttıkça sarı dikdörtgenlerin alanları toplamı büyümektedir.

$n \rightarrow \infty$ için $[a, b]$ aralığı n tane eşit alt aralığa bölünürse oluşturulan dikdörtgenlerin alanları toplamı, f eğrisiyle x ekseninde kalan alana eşit olacaktır.

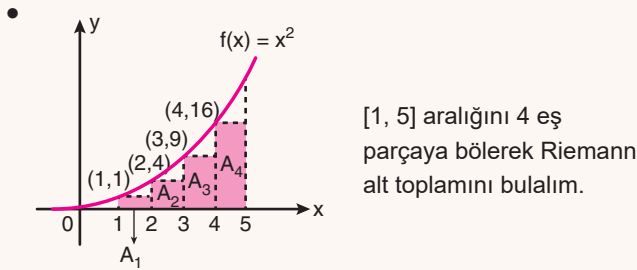
Yani, $n \rightarrow \infty$ için n tane eşit alt aralıkla hesaplanan Riemann alt toplamına A dersek.

$$A = \int_a^b f(x) dx \text{ olur.}$$

Örneğin; $[1, 5]$ aralığında, $f(x) = x^2$ fonksiyonu için anlattıklarımızı özetleyelim.



$$A_1 + A_2 = 2 \cdot 1 + 2 \cdot 9 = 2 + 18 = 20 \text{ br}^2$$



$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 1 \cdot 1 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 16 = 30 \text{ br}^2$$

[1, 5] aralığını 8 parçaya böldüğümüzde bir aralığın uzunluğu

$$\Delta_x = \frac{5-1}{8} = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

Dikdörtgenlerin alanları toplamı:

$$A = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{9}{4} + 4 + \frac{25}{4} + 9 + \frac{49}{4} + 16 + \frac{81}{4} \right] = 35,5 \text{ br}^2$$

Dikkat edersek,

$$\int_1^5 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^5 = \frac{125}{3} - \frac{1}{3} = \frac{124}{3} = 41,3$$

Yani, eğrinin x eksenine arasında kalan alan, $= 41,3$ birimkaredir.

Az önce Riemann alt toplamı yardımıyla bulduğumuz cevaplar sırasıyla,

20, 30 ve 35,5 birimkareydi.

$$20 < 30 < 35,5 < \underbrace{41,3}_{\text{Gerçek alan}}$$

Dikdörtgen sayısını arttırdığımızda Riemann alt toplamları büyümekte ve gerçek alan değerine yaklaşmaktadır.

Sonuç;

$$\text{Riemann Alt Toplamı} \leq \int_a^b f(x) dx \text{ tir.}$$

Örnek:

$f: [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + x + 2$$

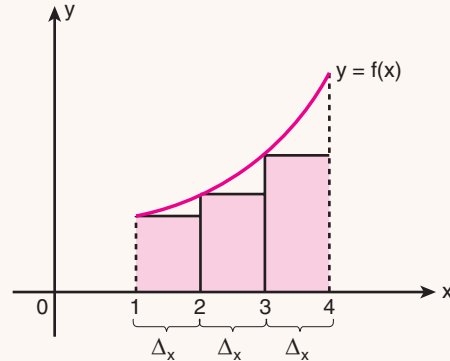
fonsiyonu veriliyor.

[1, 4] aralığı 3 eşit alt aralığa bölünerek f fonksiyonu için Riemann alt toplamı hesaplanıyor.

Buna göre, elde edilen sonucu bulunuz.

Çözüm

[1, 4] aralığında f fonksiyonunun grafiğini çizelim.



$$\Delta_x = \frac{4-1}{3} = \frac{3}{3} = 1 \text{ dir.}$$

Riemann alt toplamı = Pembe dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= 1 \cdot f(1) + 1 \cdot f(2) + 1 \cdot f(3)$$

$$f(1) = 4, f(2) = 8 \text{ ve } f(3) = 14 \text{ tür.}$$

$$\text{Riemann alt toplamı} = f(1) + f(2) + f(3)$$

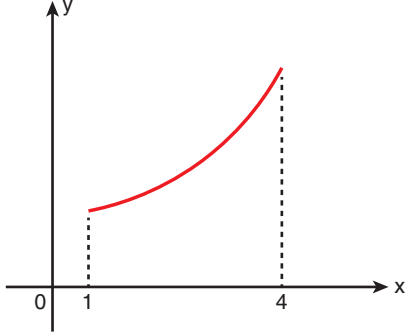
$$= 4 + 8 + 14 = 26 \text{ bulunur.}$$

1

Şekilde $[1, 4]$ aralığında tanımlı,

$$f(x) = x^2 + 1$$

fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



$[1, 4]$ aralığı 3 eşit alt aralığa ayrılıyor.

Buna göre, Riemann alt toplamı kaçtır?

2

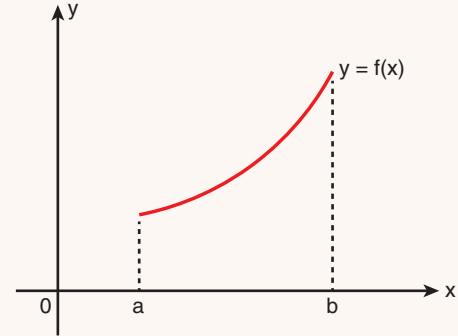
$f : [2, 8]$ aralığında tanımlı, sürekli, artan ve pozitif değerli bir fonksiyondur.

$$f(2) = 1 \text{ ve } \int_2^8 f(x) dx = 24 \text{ tür.}$$

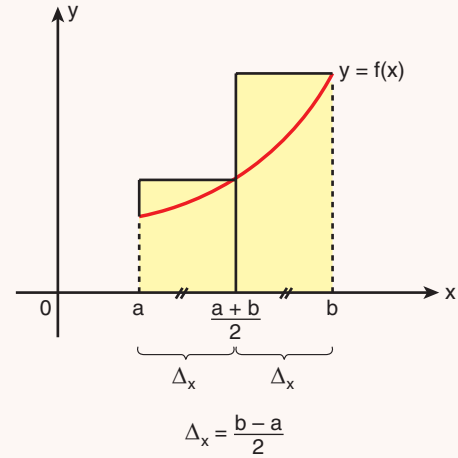
Buna göre, $f(4) + f(6)$ toplamının alabileceği en büyük tam sayı değerini bulunuz.

RIEMANN ÜST TOPLAMI

$f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, f fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibi olsun.



$[a, b]$ aralığını 2 eşit alt aralığa ayırıp bu alt aralıkları bir kenar olarak kabul eden ve yükseklikleri sırasıyla $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ve $f(b)$ olan dikdörtgenleri çizelim.



Riemann üst toplamı = Sarı dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot f\left(\frac{a+b}{2}\right) + \left(\frac{b-a}{2}\right) \cdot f(b) \text{ olur.}$$

Not : Dikdörtgenlerin yükseklikleri, alt aralıkların büyük değerlerine eşit olur.

Yani, $[a, b]$ aralığı n tane eşit uzunluktaki alt aralığa bölündüğünde aralıklar;

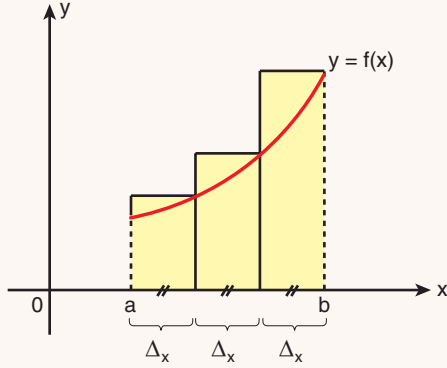
$$[a, a_1], [a_1, a_2], \dots, [a_{n-1}, b]$$

olmak üzere,

$$\text{Riemann üst toplamı} = \frac{b-a}{n} \cdot [f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(b)]$$

şeklinde olur.

$[a, b]$ aralığını 3 eşit alt aralığa bölerek aynı işlemi yapalım.



$$\Delta x = \frac{b-a}{3}$$

Riemann üst toplamı = Sarı dikdörtgenlerin alanları toplamı

$$= \left(\frac{b-a}{3}\right) \cdot f\left(a + \frac{b-a}{3}\right) + \left(\frac{b-a}{3}\right) \cdot f\left(a + 2 \cdot \left(\frac{b-a}{3}\right)\right) + \left(\frac{b-a}{3}\right) \cdot f\left(a + 3 \cdot \left(\frac{b-a}{3}\right)\right) \text{ olur.}$$

Birbirine eşit olan alt aralıkların sayısı arttıkça sarı dikdörtgenlerin alanları toplamı azalmaktadır.

$n \rightarrow \infty$ için $[a, b]$ aralığı n tane eşit alt aralığa bölünürse oluşturulan dikdörtgenlerin alanları toplamı, f eğrisiyle x eksen arasında kalan alana eşit olacaktır.

Yani, $n \rightarrow \infty$ için n tane eşit alt aralıkla hesaplanan Riemann üst toplamına B dersek;

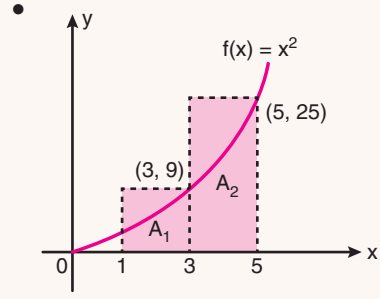
$$B = \int_a^b f(x) dx \text{ olur.}$$

Sonuç;

$n \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere, $[a, b]$ aralığı n tane eşit alt aralığa bölünerek oluşturulan dikdörtgenler yardımıyla hesaplanan Riemann alt toplamı A ve Riemann üst toplamı B olsun.

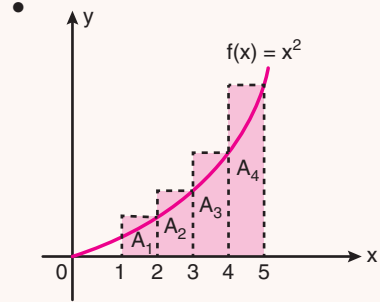
Bu durumda;

$$A \leq \int_a^b f(x) dx \leq B \text{ olur.}$$



$$A_1 + A_2 = 2 \cdot 9 + 2 \cdot 25 = 68 \text{ br}^2$$

$[1, 5]$ aralığını 2 parçaya bölen şekildeki dikdörtgenlerin alanlarını hesaplayalım.



$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 1 \cdot 4 + 1 \cdot 9 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 25 = 54 \text{ br}^2$$

$[1, 5]$ aralığını 4 eş parçaya bölen şekildeki dikdörtgenlerin alanlarını hesaplayalım.

• $[1, 5]$ aralığını 8 parçaya bölerek dikdörtgenlerin alanlarını hesaplayalım.

$$\Delta x_k = \frac{5-1}{8} = \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{1}{2} \left[\frac{9}{4} + 4 + \frac{25}{4} + 9 + \frac{49}{4} + 16 + \frac{81}{4} + 25 \right]$$

$$A = 47,5 \text{ br}^2$$

Bir $[a, b]$ aralığında $n \rightarrow \infty$ 'a giderken şekildeki tüm dikdörtgenlerin alanları toplamına **Üst Toplam** denir.

$\bar{U}(F)$ ile gösterilir.

Yukarıdaki örneklerden de görüldüğü gibi aralıklar çoğaldıkça dikdörtgenlerin alanları toplamı eğri altındaki alana yaklaşacaktır.

$n \rightarrow \infty$ 'a giderken limit durumunda dikdörtgenlerin alanları toplamı eğri altındaki alana verecektir.

Eğri altındaki alana A dersek,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A(F) \leq A \leq \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{U}(F)$$

Sıkıştırma kuralından,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} A(F) = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{U}(F) = A \text{ dır.}$$

$f(x) = x^2$ fonksiyonunun $[1, 5]$ aralığında x eksenine sınırladığı alan,

$$\int_1^5 x^2 dx = \frac{x^3}{3} \Big|_1^5 = \frac{125}{3} - \frac{1}{3} = \frac{124}{3} = 41, \bar{3}$$

Yukarıda hesapladığımız Riemann üst toplam integralleri 2 eşit alt aralık için 68, 3 eşit alt aralık için 54 ve 8 eşit alt aralık için 47,5 tir.

Dikdörtgen sayısının artmasıyla Riemann üst toplamlarının azalarak gerçek alan değerine yakınsadığına dikkat ediniz.

$$68 > 54 > 47,5 > \underline{41, \bar{3}}$$

Örnek:

$f : [1, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^3 - 1$$

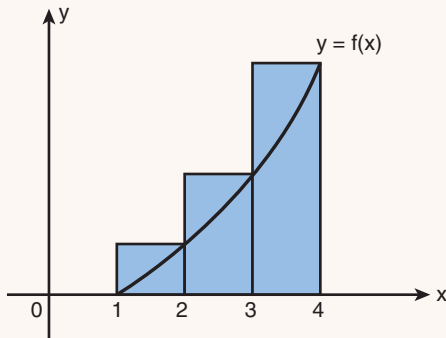
fonksiyonu veriliyor.

$[1, 4]$ aralığı 3 eşit alt aralığa bölünerek f fonksiyonu için Riemann üst toplamı hesaplanıyor.

Buna göre, elde edilen sonucu bulunuz.

Çözüm:

$[1, 4]$ aralığında $f(x) = x^3 - 1$ fonksiyonunun grafiğini çizelim.



Riemann üst toplamı = Mavi dikdörtgenlerin alanları toplamı
 $= 1 \cdot f(2) + 1 \cdot f(3) + 1 \cdot f(4)$
 $= 7 + 26 + 63$
 $= 96$ bulunur.

İNTEGRALİN FİZİKSEL YORUMU

Bir hareketlinin yol denkleminin türevinin hız denklemini, hız denkleminin türevinin ivme denklemini verdiğini türev konusunda gördük.

O halde, integral (ters türev) konusunda yukarıdaki cümlelerin tam tersi geçerli olacaktır.

V : Hız, t : Zaman, a : İvme, S : Alınan Yol olmak üzere,

- Hızı V olan bir hareketlinin t zamanına bağlı yol denklemini,

$$S = \int V(t) dt$$

- a ivmesi ile hareket eden bir cismin t zamanına bağlı hız denklemini,

$$V = \int a(t) dt$$

- Eğer hareketli, V_0 ilk hızı ile harekete başlamışsa bu hareketlinin t zamanına bağlı hız denklemini,

$$V = V_0 + \int a(t) dt$$

- Herhangi bir $[a, b]$ zaman aralığındaki hareketlinin aldığı yol,

$$S = \int_a^b |V(t)| dt \text{ dir.}$$

- Herhangi bir $[a, b]$ zaman aralığında hareketlinin toplam yer değişimi,

$$x = \int_a^b V(t) dt \text{ dir.}$$

3

$$f(x) = 16 - x^2$$

fonksiyonunun $[0, 3]$ aralığı 3 eşit alt aralığa bölünerek bu aralıklar için Riemann üst toplamı A ve Riemann alt toplamı B olarak hesaplıyor.

Buna göre, $A - B$ farkı kaçtır?

NOT

Bir hareketli için toplam alınan yol ve toplam yer değiştirme farklı kavramlardır.

Yer değiştirme, hareket eden bir cismin ilk konumuyla son konumu arasındaki mesafeye denir.

Alınan yol ise bir hareketlinin hareketi boyunca izlediği yörüngenin toplam uzunluğudur.

Örneğin; Doğrusal hareket eden bir cisim 50 metre gittikten sonra geriye doğru 20 metre gitmiş olsun.

Toplam yer değiştirme = $50 - 20 = 30$ metredir.

Alınan toplam yol = $50 + 20 = 70$ metredir.

$[a, b]$ zaman aralığında alınan toplam yol, $\int_a^b |V(t)| dt$

Toplam yer değiştirme; $\int_a^b V(t) dt$ dir.

Başka bir ifadeyle bir doğru boyunca hareket eden bir cismin hız – zaman grafiğinin belli bir zaman aralığında belirli integrali hareketlinin o zaman aralığındaki toplam yer değiştirmesini verir.

Hız – zaman grafiği ile x eksenı arasında kalan bölgelerin alanları toplamı ise hareketlinin aldığı toplam yolu verir.

Örnek:

Doğrusal bir şekilde hareket eden bir hareketlinin zamana bağlı hız denklemi;

$$V(t) = 6 - 2t \text{ m/sn dir.}$$

Buna göre,

- Hareketlinin başlangıçtan itibaren ilk 4 saniyede aldığı toplam yolu bulunuz.
- Hareketlinin başlangıçtan itibaren ilk 4 saniyedeki toplam yer değiştirmesini bulunuz.

Çözüm

$$a) \quad S = \int_0^4 |V(t)| dt = \int_0^4 |6 - 2t| dt$$

integralin sınırlarını uygun bir şekilde parçalayalım.

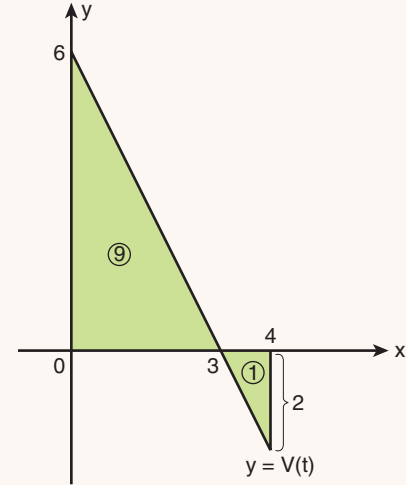
$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 (6 - 2t) dt + \int_3^4 (2t - 6) dt \\ &= (6t - t^2) \Big|_0^3 + (t^2 - 6t) \Big|_3^4 \\ &= 9 + 1 = 10 \text{ metredir.} \end{aligned}$$

$$b) \quad x = \int_0^4 V(t) dt$$

$$\begin{aligned} &= \int_0^4 (6 - 2t) dt \\ &= (6t - t^2) \Big|_0^4 \\ &= (24 - 16) - 0 \\ &= 8 \text{ metredir.} \end{aligned}$$

a) şıkında çıkan cevapla b) şıkında çıkan cevabı şöyle yorumlayabiliriz.

$V(t) = 6 - 2t$ fonksiyonunun grafiğini çizersek;



Yeşil bölgelere dikkat edersek; cisim, 9 metre ileri ve 1 metre geri gitmiştir.

$$\text{Toplam yol} = 9 + 1 = 10 \text{ metre}$$

$$\text{Toplam yer değiştirme} = 9 - 1 = 8 \text{ metre olur.}$$

1

Doğrusal bir yol boyunca hareket eden bir cismin t . saniyedeki ivmesi,

$$a(t) = 3t \text{ m/sn}^2 \text{ dir.}$$

Cismin 1. saniyedeki hızı 5 m/sn olduğuna göre, cismin ilk 3 saniyede aldığı toplam yolu bulunuz.

2

Hep aynı yönde ilerleyen bir hareketlinin hızının t zamanına göre fonksiyonu $v(t)$ dir ve bu hareketli $[9, 16]$ zaman aralığında 20 birim yol almıştır.

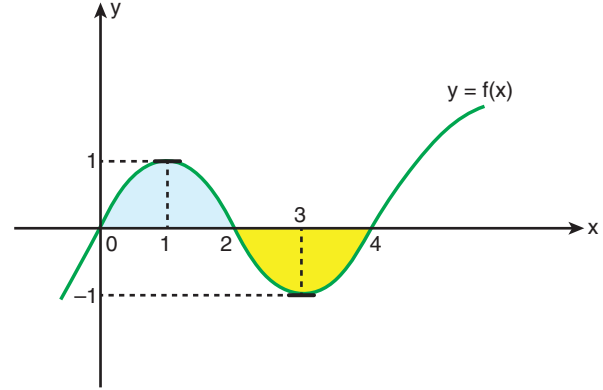
Buna göre,

$$\int_3^4 [t \cdot v(t^2)] dt$$

integralinin değeri kaçtır?

3

Aşağıda, f fonksiyonunun grafiği gösterilmiştir.



Doğrusal bir yolda hareket eden bir hareketlinin konum-zaman fonksiyonu,

$$S(t) = \int_0^t f(x) dx \text{ metredir.}$$

Bu hareketli t . saniyede başlangıç noktasından $S(t)$ metre uzaktadır ve şekilde gösterilen boyalı bölgelerin alanları birbirine eşittir.

Buna göre,

- I. Hareketlinin 1. saniyedeki hızı 1 m/sn dir.
- II. Hareketlinin 2. saniyedeki ivmesi negatiftir.
- III. Hareketlinin 4. saniyede bulunduğu konum ile başlangıçta bulunduğu konum aynıdır.

M öncüllerinden hangileri doğrudur?

M
O
Z
A
K
A
D
E
M
İ

1) 24

2) 10

3) I, II ve III

1. $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = x^2 + 1$$

fonksiyonu veriliyor.

$[0, 3]$ aralığı 3 eşit aralığa bölünerek f fonksiyonu için Riemann üst toplamı hesaplanıyor.

Buna göre, elde edilen sonuç kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 16 D) 17 E) 18

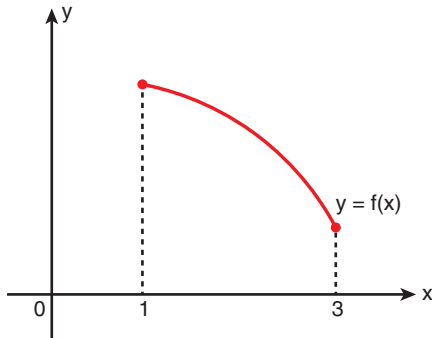
2. $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$f(x) = \begin{cases} x, & x < 2 \\ 2x - 2, & x \geq 2 \end{cases}$$

fonksiyonunun eşit uzunluktaki üç aralığa göre, Riemann üst toplamının sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

3. $f : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere, f fonksiyonunun grafiği aşağıda gösterilmiştir.



$$f(1) = 2 \text{ ve } f(3) = 1 \text{ dir.}$$

$[1, 3]$ aralığı 2 eşit alt aralığa bölünerek hesaplanan Riemann üst toplamının sonucu 3,8 dir.

Buna göre, aynı koşullarda Riemann alt toplamının sonucu kaçtır?

- A) 3,4 B) 3,2 C) 3 D) 2,8 E) 2,4

4. $f, [0, a]$ aralığı üzerinde sürekli, artan, pozitif değerli bir

fonksiyondur ve $\int_0^a f(x) dx = 10$ dur.

Buna göre,

$$a \cdot \left[f\left(\frac{a}{10}\right) + f\left(\frac{2a}{10}\right) + f\left(\frac{3a}{10}\right) + \dots + f\left(\frac{10a}{10}\right) \right]$$

toplamının en küçük tam sayı değeri kaçtır?

- A) 98 B) 99 C) 100 D) 101 E) 102

5. Doğrusal bir yolda 2 m/sn hızla harekete başlayan bir cismin zaman bağlı ivmesi,

$$a(t) = 3t^2 + 4$$

fonksiyonuyla ifade edilmektedir.

Buna göre, bu hareketlinin 2. saniyedeki hızı kaç m/sn'dir?

- A) 12 B) 14 C) 15 D) 16 E) 18

6. Doğrusal bir yol boyunca hareket eden bir hareketlinin t anındaki hızı,

$$V(t) = 3t^2 + 2 \text{ dir.}$$

Buna göre, hareketlinin ilk 2 saniyede aldığı yol kaç birimdir?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

1) D	2) E	3) D	4) D	5) E	6) C
------	------	------	------	------	------